

Author: Riccati, Giordano

Title: Dissertatio In problema ab Academia Imperiali Petroburgensi propositum iterum in annum 1778.

Editor: Massimo Redaelli

Source: Udine, Biblioteca Civica, MS F.p. 1029/VI, 35-46

[-35-] Sed quid tentasse nocebit?

Ovidius Metamorphoseon Liber I.

Dissertatio

In problema ab Academia Imperiali Petroburgensi propositum iterum in annum 1778.

Cujusnam scilicet naturae, aut characteris sint soni, quos emittunt tubi cylindrici, qui lateralem aperturam habent: et quaenam horum sonorum varietas sit respecta qualitatis vel gravis, vel acutae, prout vel verie situm est foramen, vel varie ampliaturum.

I. Ut quaestioni ab Academia Imperiali Petroburgensi proposita satis possim pro viribus facere, ab altera questionis parte arbitror capiendum esse initium: quaenam scilicet sonorum varietas sit, qui a tuba cylindrico funduntur, cui lateralis apertura sit, respectu qualitatis vel gravis, vel acutae, prout vel varie posita est apertura, vel variae ampliata. Quamquam tubus ille, quem quod oblique ori apponitur, tibiam transversam vocamus, minime cylindricus sit, sed revera convergens, et tamen uti placuit, ut theoriam cum practica compararem, quum praesertim nihil efficiat ratiocinationi illa figura convergens. Ex hoc enim illud tantummodo fit, ut in tubo tortuosior evadat chorda aerea, atque adeo gravior, quam si tubus cylindricus esset.

[-36-] Tubus tibiae transersae A K clausus [claus ante corr.] in A: foramen habet in B, quod latius est, quam caetera, per quod apta quadam oris conformatione sonus funditur. Habet praeterea foramina alia in C, D, E, F, G, H, I, ad varios sonos sive acutos, sive graves eliciendos. Atque hic animadvertenda centri cujuscumque foraminis distantia a situ A, ubi obturata tibia est. Hae porro distantia juxta mensuram unciarum pedis Veneti signata est in ea tibia, quae pro manibus erat, cum hae observarem.

[Riccati, Dissertatio In problema ab Academia Imperiali Petroburgensi propositum, 36; text: Distantia centri cujuslibet foraminis a situ, ubi obturata est tibia. A B, A C, A D, A E, A F, A G, A H, A I, A K, [Omega], $\frac{3}{4}$, $8\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, $10\frac{3}{4}$, $12\frac{1}{2}$, $13\frac{2}{3}$, $14\frac{8}{9}$, $16\frac{3}{4}$, $18\frac{2}{3}$, 0, lineae, 9, 8, 3, 6, 10, 12, 13, 14, $10\frac{2}{3}$, 16, 18]

II. Quando tibiam inflas, ubi situm est foramen B, et foramina reliqua claudis, determinatur chorda aerea: cujus longitudo B A K, quae incipit a B, progreditur in A; et quum regrediatur ab A ad L, desinit in idem punctum. Si aperiatur foramen c, chorda aerea a B transit in A: inde vero regrediens ejus terminis [-37-] praeteribit foramen C. Determinatio enim ejus longitudinis pendet cum ab ipso, tum etiam ab apertura K. Fac porro claudas foramen B: fac etiam os applices ad foramen C. Sonus prope accedet ad Octavam gravem cum eo comparatus, qui oritur ex inflatione in B. Quod quidem minime fieri posse videtur, nisi in longitudine chordae locum haberet portio C A. Simile quiddam videre est, si tubum organi clausum inflas. Sonora illa vibratio in ore tubi producta totam tubi ipsius percurrit longitudinem, quam cum clausum reperit, redit ad os. Cum sit igitur chorda aerea dupla longior tubo ipso, sonus elicietur Octava gravior, quam tubus ipse

apertus ferat. Quae sequuntur [sequuntur ante corr.] experimenta planum facient, quod supra expositu est.

III. Obturatis foraminibus omnibus, instrumentum inflatum in B fudit sonum D, qui respondet chordae aerae $B A K = B A + AK = [\Omega]3/4 + 18 \frac{2}{3} = [\Omega]19 \frac{5}{12} = [\Omega]19$ lineae 5.

IV. Uno foramine C aperto, tibia edidit sonum D ad Octavam acutam respondentem choardae aerae longitudinis $[\Omega]19 \frac{5}{12}/2 = [\Omega]9 \frac{17}{24} = [\Omega]9$ lineae $8 \frac{1}{2}$. Longitudo autem chordae $B A C = B A + A C = [\Omega]3/4 = 8 \frac{1}{2} = [\Omega]9$ minor est priore $[\Omega]17/24 =$ lineae $8 \frac{1}{2}$; atque hinc facile est cognoscere per foramen C non determinari longitudinem chordae aerae = $[\Omega]9$, sed + $[\Omega]9 \frac{17}{24} = [\Omega]9$ lineae $8 \frac{1}{2}$, cum in determinanda hac longituine concurrat ipsa quoque apertura K, quamvis [-37-] distat $[\Omega]10 \frac{5}{12} = [\Omega]10$ lineae 5 a foramine C. Si foramen latius pateret, sonus fieret acutior, et chorda aera propius accederet ad mensuram $[\Omega]9$. Hinc igitur clarissime patet effectus, qui producitur a varia positione, aut a varia magnitudine aperturae lateralis respectu qualitatis vel gravis, vel acutae sonorum.

B A K esse longitudine chordae aerae, quae respondet sono D, ea, quae sequitur experientia argmento evidenti est. Claude foramina B, D, E, F, G, H: infla instrumentum per C: tum tremitus vocis percurrat a C usque ad A; atque unde retrogredietur, et exibat per foramen c. Sonus C#, qui auditur, Secunda minori acutior est sono D, qui propius est chordae aerae longitudinis $[\Omega]19 \frac{5}{21}$. Facciati come $16 : 15 : : [\Omega]19 \frac{5}{12} : [\Omega]18 \frac{13}{64} = [\Omega]18$ lineae $2 \frac{7}{16}$; tum quartus terminus constituit longitudinem chordae aerae, quae fundit sonum C#. Subducatur a $[\Omega]18$ lineae $2 \frac{7}{16}$ chorda C A = $[\Omega]8$ lineae 3 + $[\Omega]1$ lineae $8 \frac{7}{16}$. Si infles tibiam per foramen B, longitudo chordae aerie augebitur supra B A C $[\Omega]17/24 =$ lineae $8 \frac{1}{2}$; si vero infles per foramen C, cum major oppositio fiat aeri exeunti per idem foramen a spiritu inflatis, inde fit, ut mensura chordae C A C longius producat $[\Omega]1 \frac{45}{64} = [\Omega]1$ lineae $8 \frac{7}{16}$. Idem porro effectus [-39-] sequitur, ac si foramen C angustius sit, et longitudo chordae aerae magis obtemperet aperturae K.

Quod si in longitudine ejusdem chordae partem nullam haberet portio C A, punctum extremum chordae producentis C# extra tubum vagaretur, cum sit $[\Omega]8 \frac{1}{4} + 18 \frac{13}{64} = [\Omega]26 \frac{29}{64} > 18 \frac{2}{3}$.

V. Accidit autem, ut, inflata tibia per foramen B, et aperto uno tantum foramine D, fusus sit sonus Bb aliquanto demissior, aut, si mavis, A#. Longitudo chordae aerae respondentis sono A# aequalis est $[\Omega]12 \frac{27}{56} = [\Omega]12$ lineae 6 cum aliquo tamen decremento. Detrahe longitudinem B A D = B A + A D = $[\Omega]3/4 + 9 \frac{1}{2} = [\Omega]10 \frac{1}{4}$ da $[\Omega]12 \frac{27}{56}$. Restant $[\Omega]2 \frac{13}{56} = [\Omega]2$ lineae 3 cum aliquo pariter decremento, quod in caussa est, cur corda aera, quae fundit A#, excedat lineam B A D.

Obturato foramine B, aliisque omnibus, uno excepto D, si os applices ad idem foramen, elicitur sonus B, cui convenit longitudo chordae = $[\Omega]23 \frac{3}{10} = [\Omega]23$ linne 3 $\frac{1}{2}$ cum aliquo incremento. Subducatur longitudo D A D = $[\Omega]19$: restant $[\Omega]4 \frac{3}{10} = [\Omega]4$ lineae 3 $\frac{1}{2}$ cum aliquo pariter incremento. Inflato instrumento per foramen B, longitudo chordae aerae superat B A D $[\Omega]2 \frac{13}{56} = [\Omega]2$ lineae 3 cum decremento. St si infletur instrumentum per D, et claudatur ante [-40-] foramen D, cum aer, qui quaerit exitum per foramen D, a spiritu inflantis impediatur, cumque apertura K quodammodo dominetur, tum fit, ut chorda producat aucta magnitudine $[\Omega]4 \frac{3}{10} = [\Omega]4$ lineae 3 $\frac{1}{2}$ cum incremento.

VI. Refero os ad foramen B, aperto uno tantum foramine E. Tunc exauditur sonus G# vix decrescens, qui efficitur a chorda aera longa $[\Omega]13 \frac{6}{7} = [\Omega]13$ lineae 10 $\frac{1}{4}$

vix cum aliquo incremento. Subducatur chorda $B A E = B A + A E$ $[\Omega] \frac{3}{4} + 10 \frac{3}{4} = [\Omega] 11 \frac{1}{2}$ ab $[\Omega] 13 \frac{6}{7}$: tum patebit differentia $[\Omega] 1 \frac{5}{14} = [\Omega] 1$ lineae $4 \frac{1}{4}$ cum incremento, cuius causa longitudo chordae aerae, quae emittit sonum $G\#$, superat lineam $B A E$.

Applico os ad foramen e, reliquis omnibus clausis: elicitur sonus A secrescens, prout requirit chorda aera, cujus longitudo est $[\Omega] 26$. Subducatur longitudo $E A E = [\Omega] 21 \frac{1}{2}$: quod reliquum est $[\Omega] 4 \frac{1}{2} = [\Omega] 4$ lineae 6 exprimet differentiam, propter quam longitudo chordae aerae, quae A decrecentem efficit, excedit lineam $E A E$, propterea quod difficilis exitus aeris per foramen E in causa est cur terminus chordae ad aperturam K propinquius accedat.

VII. Applicetur os ad foramen B: si unum apertum sit foramen F, exauditur sonus $F2\#$, vel sonus G decrescens proprius chordae, [-41-] cujus longitudo est $[\Omega] 15$. Detraha ab hac chordam $B A F = B A + A F = [\Omega] \frac{3}{4} + 12 \frac{1}{2} = [\Omega] 13 \frac{1}{4}$: differentia erit $[\Omega] 1 \frac{3}{4} = [\Omega] 1$ lineae 9, qua chorda aera, quae fundit G decrescentem, superat longitudinem $B A F$.

Si tibia posthac inflatur per foramen F, et reliqua omnia claudantur, efficitur sonus G, qui respondet chordae aerae $[\Omega] 29 \frac{1}{8}$; cui si detrahatur linea $F A F = [\Omega] 25$, restat excessus $[\Omega] 4 \frac{1}{8} = [\Omega] 4$ lineae $1 \frac{1}{2}$; ex quo fit, ut chorda aera, quae fundit sonum G, productior sit, quam linea $F A F$.

VIII. Quod si iterum os applico ad foramen V, et unum tantum aperio foramen G, audio sonum proprium chordae aerae $[\Omega] 16 \frac{1}{6}$ per approximationem. Si subtraham ab illa chordam $B A G = B A + A G = [\Omega] \frac{3}{4} + 13 \frac{2}{3} = [\Omega] 14 \frac{5}{12}$, remanet differentia $[\Omega] 1 \frac{3}{4} = [\Omega] 1$ lineae 9. Atque inde fit, ut longitudo chordae aerae, quae fundit sonum F, superet lineam $B A G$.

Os applico ad foramen G, et abturo reliqua omnia: tum fit sonus F, qui crescit aliquantulum, et respondet chordae aerae cujus longitudo est $[\Omega] 31 \frac{1}{2}$ circiter, quae superat longitudinem $G A G = [\Omega] 27 \frac{1}{3}$ per $[\Omega] 4 \frac{1}{6} = [\Omega] 4$ lineae 2.

IX. Fac aperias unum foramen H, et inflas instrumentum per consuetum foramen: elicitur sonus E, qui respondet [longitudini add. supra lin.] chordae aerae [-42-] $[\Omega] 17 \frac{7}{27}$, quae excedit $B A H = B A + A H = [\Omega] \frac{3}{4} + 14 \frac{8}{9} + [\Omega] 15 \frac{23}{36}$: excessus autem est $[\Omega] 1 \frac{67}{108} = [\Omega] 1$ lineae $7 \frac{1}{2}$ cum decremento.

Tum tibia infletur per foramen H, et reliqua obturentur: fit sonus E aliquanto acutior proprius chordae longae $[\Omega] 33 \frac{13}{24}$, quae excedit longitudinem $H A H = [\Omega] 29 \frac{7}{9}$ per $[\Omega] 3 \frac{55}{72} = [\Omega] 3$ lineae $9 \frac{1}{4}$ cum decremento. Cum [[enim]] foramen H valde angustum sit, sonus E non potuit esse nisi tenuissimus.

X. Aperto foramine I cujusdam elasterii ope, et reliquis clausis, uno B excepto, huic si os applices, elicitur sonus $D\#$ proprius chordae = $[\Omega] 18 \frac{31}{63}$, quae excedit longitudinem $B A F = B A + A F = [\Omega] \frac{1}{4} + 16 \frac{3}{4} = [\Omega] 17 \frac{1}{2}$. excessus vero est $[\Omega] 1$ circiter.

Instrumentum inflatur per foramen I, demto elasterio, et clausis aliis, efficit sonum $D\#$ ad Octavam gravem praecedentis, sed cum aliquo incremento. Chorda $I A K = I A + A K = [\Omega] 16 \frac{3}{4} + 18 \frac{3}{2} = [\Omega] 35 \frac{5}{2}$ exigit sonum $D\#$ crescentem, cum sit $2 A K = [\Omega] 37 \frac{1}{3} : I A K = 35 \frac{5}{2} : : 448 : 425 : : 19 \frac{11}{23} : 18 \frac{11}{23}$, quae est diesis aliquantulum crescens.

XI. Habeat ob oculos lector tabellam hanc, quae magno deinde erit usui, ut haec, quae prae manibus sunt, clarius elucescant.

[-43-] [Riccati, Dissertatio In problema ab Academia Imperiali Petroburgensi propositum, 43; text: Mensura quibus longitudo chordae aerae excedit centrum foraminis aperti.

Quantum distant centra foraminum ab apertura K. Inflatio per foramen B, apertum, aperta C, D, E, F, G, H, I, [Ω], 0, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 7, 9, 10, lineae, $8 \frac{1}{2}$, $2 \frac{3}{4}$, $4 \frac{1}{4}$, $7 \frac{1}{2}$, $3 \frac{1}{2}$, $1 \frac{1}{2}$, $9 \frac{1}{4}$, 11]

Si quid forte minus exactum in prima, et altera serie, hoc ex euo oritur, quod non accuratissime perpenduntur, et estimantur soni. Si verbi gratia quartus terminus secundae seriei esset [Ω]4 lineae 3, non autem [Ω]4 lineae $1 \frac{1}{2}$, sonus G, qui funditur a tibia inflata per foramen F, decrevisset $\frac{1}{3}$ commatis circiter: quod tamen non tanti est. Atque hic animadvertendum est, quantum decrescit distantia foraminis ab apertura K, alterum tantum crescit ipsius apertura (prope est ut dicam) imperium, et dominium in determinanda longitudine chordae aerae, presertim cum inflatur instrumentum per idem foramen. Tunc enim desinit chorda aera ratione foraminum H, I in aperturam K [-44-] circiter. Nam non adeo accurate observatus fuit sonus E, qui oritur ex inflatu instrumenti per foramen H.

XII. Dicet fortasse quispiam: quamdiu inflatur tibia per foramen B, et reliqua obturantur, funditur sonus chordae B A K, non autem sonus B A B, cujus longitudo aucta aliquantulum est iis de caussis, quas supra adduximus. Contra vero, si clausis aliis foraminibus, inflatur per foramen C, elicitor non jam sonus chordae C A K, sed sonus chordae C A C, aucta aliquantulum longitudine. Ratio ergo reddatur undenam haec inter se contraria orientur.

Ut eliciatur sonus chordae valde brevis B A B = [Ω] $1 \frac{1}{2}$, magno, ac violento flutu opus est. Atque inde fit, ut moderata, ac consueta inflatio sonum illum non producat. Dempta ab instrumento parte L K, violentus, ac solito major flatus produxit sonum acutissimum Bb cum decremento. Hunc porro fuisse sonum chordae B A B, ex eo cognovit tibice, quod aer regrediens exibat per foramen B. Sexta minor supra tres Octavas exprimitur hac ratione $64 : 5$. Instituatur analogia $64 : 5 :: B A K = [\Omega]19 \frac{5}{12} = [\Omega]233/12 : [\Omega]1165/768 = [\Omega]397/768 = [\Omega]1 \text{ lineae } 5 \frac{27}{64}$. Igitur sonus Bb decrescens produci debuit a chorda nonnihilo longiori B A B = [Ω] $1 \frac{1}{2} = [\Omega]1 \text{ lineae } 6$.

Ex iis, quae hactenus dicta sunt, manifestum est, quando inflatur tibia per foramen C, et [-45-] reliqua omnia clauduntur, effici sonum C#, qui respondet chordae longae [Ω] $18 \frac{13}{64}$. Ora [Ω] $18 \frac{13}{64} = [\Omega]1165/64 : C A K = [\Omega]26 \frac{11}{12} = [\Omega]323/12 :: 3495 : 5168 :: 2 : 3 - 149/3495 = 3 - 1/23$ per approximationem, ac per consequens ut $46 : 69 - 1$. Chorda igitur C A K reddere sonum deberet F# crescentem ratione $68 : 69$, idest plus uno Commate. Licet autem tibicen quanta potuit diligentia tibiae inflationem, et flatus impetum moderatus sit, illud tamen unum effici sensit: ut et debilior esset, et magis decresceret C#: quod si remissius inflabat, nullus reddebatur sonus. Atque hic videre licet, cur non sensibilis sit sonus F#. Ut enim sonum reddat instrumentum, majorem flatum requirit, quam productio soni F#.

Atque haec omnia, quae allata sunt, clare evincunt, ejusmodi contrarietatem specie tantum existere. Si excipias sonos, qui requirunt aut nimiam intensionem, aut nimiam remissionem flatus, eos tantum audies, qui et eliciuntur a moderata inflatione, et facile eliciuntur, quales sunt qui funduntur a duabus chordis B A K, C A C + [Ω] $1 \text{ lineae } 9 \frac{1}{2}$.

XIII. Superest nunc explicanda prima quaestionis pars: cujusnam scilicet naturae, aut characteris sint soni, quos emittunt tubi cylindrici qui lateralem aperturam habent. Eo minus canorus erit sonus, quo remptius erit foramen, per quod inflatur instrumentum, ab obturamento A. [-46-] Obturato foramine B, applicetur os ad foramen C: tum clare patebit, cum tremitus aeris primu quidem propagetur a c ad A, deinde vero regrediatur ab A ad C, ab hac motuum contrarietate minus canorum, et tenuiorem sonum effici. Magis

porro vocum vis retundetur, si obturamentum ex materia molli constat. Quare artifices eligunt suber, quod dulciorem, ac suaviorem reddit vocem tibiae transversae; quin nempe inflatur per foramen B, quod proximum est obturamento A, ut ex modica tantum distantia B A motus contrarii orientur. Si unum foramen verbi gratia D apertum erit, cui applicetur os, vox minus sonora erit, quia impedimento est flatus tibiae.

Haec habui de propositis quaestionibus, quae dicerem Utrum vero bene mihi cesserit earum explicationem, iudicium sit doctissimae, ac celeberrimae Academiae imperialis Petroburgensis, quae eas proposuit iterum in annum 1778. Illud interim certum esse scio, explicationem maxime simplicem esse, et experimentis ex aequo respondere. Quare in spem adducor, id me assecutum esse, quod unice desiderabam, nempe veritatem.