

Author: Martini, Giovanni Battista

Title: Dell'uso della Progressione Geometrica nella Musica Dissertazione

Editor: Massimo Redaelli

Source: Bologna, Museo Internazionale e Biblioteca della Musica, MS I. 39, f.80r-102r

[-f.80r-] Dell' uso della Progressione Geometrica
nella Musica
Dissertazione
di

Fra Giovanni Battista Martini

1764

[-f.82r-] Dell' uso della Progressione
Geometrica
nella Musica.

Che tutte le parti dell' Universo, non meno vicendevolmente con loro stesse, che unitamente insieme rispetto al tutto, mantengano una perfetta armonia, e che oltre ciò singolarmente ciascheduna di esse (nemmeno eccettuato quel vitale respiro, per cui conveniamo co' bruti) stia costantemente nell' esser suo, fino a tanto che non si conturbi sostanzialmente il meraviglioso concerto infra le sue componenti fermato, da chi sapientissimamente le fabbricò; fu egli del divino Platone assai celebre sentimento, tratto da Pitagorici antecessori suoi. Il qual sentimento vuoi apportare, come quello, [e add. supra lin.] che allo scritto nelle sagre carte ottimamente conviene, e che moltissimo esalta l' infinito saper del Creatore. Ma che questo accordamento, o vogliam dire armonico universal legame, interamente scuoprire si possa, e in fatti debba dirsi regolato a legge di alcuna Progressione Geometrica, quanto a me non pare sicura cosa, ne affatto libera di alcun sospetto di errore. Perciocchè, se, per tacer d' ogni altro, la general massima applichiamo a' soli suoni, e' ci si fa subito vedere, che gl' Intervalli, dalla suddetta Progressione dedotti, non aggiungono a que' tutti, che a buona ragione, e lodevolmente a tempi nostri usiamo, e che per lo passato gli antichi adoperarono; il perche fa duopo non ad un singolare, e semplice principio il dovizioso apparato riferire, ma a distinto, e diviso, e diverso, e molteplice. Il quale appunto per me dimostrato quando che hà, goderò di avere a possibil maniera soddisfatto al desiderio, ed all' aspettazione di molti saggi uomini, da' quali su questo punto soventi fiate sono stato domandato, e richiesto

La serie delle Quantità, che [[superansi]] [contengonsi corr. supra lin.] l' una l' altra in [[egual Proportione]] [egualmente corr. supra lin.], è chiamata da Matematici Progression Geometrica; [[che in fine non è altro, che una qualunque distanza di [-f.82v-] un modo istesso, continuata fra termini, che superanzi l' un l' altro successivamente del pari.]] Ascendente, vien detta, se procediamo innanzi per [[estremità]], che crescono: Discendente, se teniamo opposta strada; e così questa, come quella prende il nome, o di finita, o d' indefinita, secondo che abbiam riguardo a suoi termini. Del vario eccesso dell' un termine appetto dell' altro nasce poi un altro alquanto considerabile spartimento di codesta progressione, dicendosi esempi grazia suddupla, quando il secondo termine, che chiamasi ancora conseguente è doppio del primo, ossia dell' antecedente, che tale si noma; subtripla, quando questo è una terza parte di quello, e così indefinitamente; Se poscia il primo termine, o antecedente, è doppio del secondo, o conseguente, dicesi semplicemente Dupla; così, se triplo, Tripla; e via discorrete. Infine non meno [il numero delle volte che un termine

contiene, o è contenuto dall' altro add. in marg.] [[l' eccesso]], purché sia sempre uguale, è totalmente a noi arbitrario, di quel che siac<i> lecito incominciar la progressione da quel termine, che più ci aggrada, e che in tal caso dirassi sempre radicale.

S' immaginò Platone[[un Triangolo]] [due linee add. Supra lin.], nel vertice del quale collocato fosse il Segno della unità; indi, stabilitolo come princip<io> di una progressione ascendente, finita, e suddupla, esteriormente, al sinistro lato di chi le riguarda, pose i segni de' numeri 2. 4. 8., in maniera, che situati in ugual tratto, l' 8. Corrispondesse [[alla base]] [al termine d' una linea corr. supra lin.]; lo stesso fece al lato destro, di una [[proporzione]] [frazione corr. supra lin.] ascendente, finit<a> subtripla, usando, medianti i segni de' numeri 3. 9. 27. annoverato avendovi per radical termine il predetto segno della unità [onde corrispondesse al termine di questa seconda linea

[Martini, Dell'uso della Progressione Geometrica, 82v,1; text: 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27] add. in marg.]]

[[il che eseguito]]

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 82v,2; text: 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27]

giudicò di aver abbastanza espresse le ragioni, o sien proporzioni delle armoniche Consonanze, tanto primitive, che replicate, e triplicate. E infatti, se riferiscasi l' unità al 2. collocato nella serie suddupla, ottien<si> [-f.84r-] la diapason, o sia l' ottava; se al 4., la bis-diapason, o doppia Ottava, che è la Decimaquinta; se finalmente all' 8., ne risulta la tris-diapason, ovvero la Ottava triplice, o Vigesimaseconda. Per l' altra parte la unità medesima riferita al 3. dà la diapason-diapente, o sia Duodecima; siccome ottiensì la Tris-diapason-Tuono, o Vigesimaterza, quando la unità si considera in riguardo al 9. Paragonando dipoi insieme alcune de' numeri dell' una serie con quei dell' altra, veniamo a conseguire tre nuovi Intervalli, che chiamiamo spazii dall' un suono all' altro; perciocchè il 3. al 2. raggugliando, scuopresi la diapente, o Quinta; il 4. al 3. la Diatessaron, o Quarta; e il 9.all' 8. Il nudo Tuono

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 84r,1; text: Vigesimaterza, Quinta, Quarta, Ottava, Duodecima, Decimaquinta, Vigesimaseconda, Tuono, 1, 2, 3, 4, 8, 9]

del 27. [[per ora]] niuna [particular add. Supra lin.] menzion faremo, perché fù da Greci ad altro uso destinato.

[Per ritrovar poscia i componenti di ciascuno degli Intervalli accennati, prese l' Ottava, come quella nella quale devono esser contenuti tutti i semplici, e la divide in due maniera, l' una Aritmeticamente, l' altra Armonicamente, come ora dimostrerò. add. in marg.]

La Progression Aritmetica è una serie di numeri, che del pari superansi l' un l' altro succesivamente, come il 3. trapassando il 2. di una unità, così pure di una unità restaa superato dal 4.; laonde i numeri 2. 3. 4. formano un' Aritmetica Progressione. Anche in questa a nostro piacimento si prefigge il radical termine, e la quantità eziandio del comune eccesso. Dalla moltiplicazion de' termini [degli Intervalli della Quinta e della Quarta ottenne altri due termini add. in marg.], tra quali ponendo il medio, distante dall' uno al modo stesso che dall' altro, formò l' aritmetica serie 12. 9. 6.; [[perché $3:2 = 9:6$ e $4:3 = [[9:9]]$] [12:9 corr. supra lin.], e $2:1 = 12:6$. Questa serie somministrò lui gl' Intervalli delle primitive

consonanze, della Quarta, della Quinta, e dell' Ottava. [perche $3:2 = 9:6$; e $4:3 = 12:9$; e $2:1 =$ come $12:6$. add. in marg.]

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 84r,2; text: Ottava, Quarta, Quinta, 12:9:6]

La Progressione armonica è una serie di tre [numeri add. supra lin.] di tal natura, che la differenza del primo termine al Secondo stà alla differenza di questo al terzo, come stà il primo termine all' ultimo: così sono 12:8:6, perche $2:4:6:12$, essendo [-f.84v-] 2. la differenza, che passa tra 8. e 6., e quella tra [[8. e 12.]] [12. e 8. corr. supra lin.] è 4. Da questa serie altresì Platone rilevò i detti primitivi Intervalli.

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 84v,1; text: Ottava, Quinta, Quarta, 12. 8. 6]

Nulladimeno mancò a questo illustre Filosofo nella serie [Questa comune misura s' avrà forse dalla combinazione delle due serie 12. 9. 6; 12. 8. 6. aritmetica la prima, ed armonica la seconda per avere il tuono 9.8 add. in marg.] tanto Aritmetica, che Armonica, la considerabile comune misura [d' ogni specie del Genere Diatonico add. in marg.] chiamata Tuono; la Quale per ottener da loro in alcuna maniera, gli fu di mestieri comporle insieme [[una]] [una in certo modo corr. supra lin.] arbitraria serie de' numeri in quelle espressi ordinando.

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 84v,2; text: Ottava, Quinta, Quarta, 12:9:8:6, Tuono]

Per ciò ch' è giunto a mia notizia, i Greci, generalmente parlando, più oltre non distesero le accennate progressioni; che loro stata sarebbe cosa forse infrottuosa, e certamente vana; avendo da esse, entro i sopraccennati confini ristrette, pienamente ottenuto lo stabilito fine, cioè la deduzione del Tuono, degli altri Intervalli, rispondenti singolarmente alle perfette consonanze, tanto primitive, che replicate, e triplicate: dividendo le quali, e componendole insieme, o con altri Intervalli dalla division nati, ed ora, secondo quel [quell ante corr.] che occorreva, sottraendone, il lodevole loro musicale sistema in breve tempo maravigliosamente ingrandirono.

Alla Diatessaron, o Quarta, (che, di quattro suoni, o corde composta essendo, chiamasi ancora grecamente Tetracordo), posero soprattutto l' animo loro attentissimo di lei usando a riscuotere gl' Intervalli di mezzo alla successiva propagazion della Diapason, o Ottava: Non perchè non avessero potuto adoperare ancora la Diapente, o Quinta, a lei unita; ma perche della Diatessaron valendosi, si fece loro vedere la strada meno difficoltosa, e più spedita; come di quella, che delle primitive consonanze è la più piccola, e che dispartitamente raddoppiata tosto la compiuta Ottava ci appresenta.

[-f.86r-]La verità della qual asserzione affinché si renda palese, vogliansi premettere le seguenti cose: Che per nome di Tuono quì intendiamo l' ordinario comun Intervallo, che resta tra l' uno e l' altro grado, o suono, nella lor serie naturale. Che ogni Tuono suppor deesi diviso in parti uguali, in alcune circostanze all' udito dell' Uomo sensibili, le quali Commi sono denominate, l' ultimo de' quali arriva, anzi è lo stessissimo vicin grado, che non raggiungendo il Cantore, o il Suonatore, in cotal guisa le nostre orecchie infastidisce, mutandosi l' Intervallo di Consonante in Dissonante. Che ogni Tuono non è composto sempre di ugal

numero di parti; taluno essendocene poco men di nove, e talaltro non giugnendo alle otto secondo la più antica usanza, cioè del Comma antico, e quindi viene che maggiore sia il primo, cioè il Sesquiottavo 9:8, e minore il secondo, cioè il Sesquinono 10:9; il che fu poscia, coll' andar del tempo conosciuto ancora da' Greci

Divisero questi la Quarta in due Tuoni maggiori, e in oltre in quel restante, o numero di Commi, che al compimento di lei richiegonsi. Questo numero di Commi fù detto Semituono, o Limma, non perche desso uguagli la metà del Tuono, ma peche da lei [Lei ante corr.] non è guari lontano, e perciò acquistossi il nome di Semituono minore; siccome quella parte, che all' interezza del Tuono concorre, oltre il Limma, fu detto Semituono maggiore, e con loro vocabolo Apotome chiamato, conciosiachè la metà ne oltrepassa. Cio però non toglie, che dividessero la Quarta in altra foggia, cioè in un maggior Tuono, in un minore, e in un maggior Semituono; Ma questo alle [[vol]]volte, e ne tempi a noi più vicini, dove che quello

[-f.86v-] per lo più, e sempre ne tempi antichi fù da loro eseguito

Le sette accennate divisioni ebbero luogo solamente nel Genere diatonico, così detto, perche di Tuoni composto, e perche maestoso, e grave; ma nel Genere Cromatico, cioè dolce, e molle, fu la Quarta divisa in due Semituoni separati, e in un Tuono e Semituono uniti insieme e incomposti, il qual Intervallo vien detto Semiditono, o Terza minore. Così pure nel Genere Enarmonico, (il quale così fu chiamato quasi difficile, ed erudito, e che anche Genere de' dotti si nominò) fù la suddetta Quarta divisa in due separati diesis, o mezzi Semituoni, [[e]] [detti anche add. supra lin.] quarti di Tuono, e in due Tuoni insieme uniti incomposti, che chiamansi Ditono, o Terza maggiore.

Prendendo la division della Quarta della prima maniera nel Genere Diatonico, come la più comoda, e quella primamente, nella quale posero il Semituono in primo luogo, (essendo stato ancora egli posto alle volte in secondo, ed altre in terzo luogo, ciò che da essi è chiamato Specie di Diatessaron,) ordinarono così la successiva propagazion dell' Ottava. Posero da principio un Semituono, poi due Tuoni, e così terminarono la prima Quarta; indi un Intervallo detto Tuono diazeutico, o Tuono di disgiunzione, [{}]](essendo in tal caso composta l' Ottava di due Quarte separate, e disgiunte, come s' è detto;) e replicando finalmente i tre detti primi Intervalli, che formano l' altra Quarta disgiunta dalla prima per mezzo d' un Tuono, e fu per loro compiuta l' ottava. Si potrà ciò vedere nella seguente Tavola [in cui descritte abbiamo eziandio le Razioni, o Proporzioni dell' un grado all' altro add. in marg.]; avvertendo che 384:192: : 2:1, ovvero, che è lo stesso, i numeri 384., e 192. notano l' Intervallo chiamato Diapason, o Ottava.

[-f.88r-] [Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 88r,1; text: Ottava, S, T, , Quarta, Tuono di disgiunzione, E, F, G, a, [sqb], c, d, e, 256/243, 9/8, 384:364 ½:324:288:256:243:216:192]

l' Intervallo, che passa tra il primo grado, il primo termine del quale è per se stesso relativo, perche base di tutti gli altri nell' Ottava ad esso riferiti, e perciò dicesi ancora fondamentale; l' Intervallo, io dico, che passa tra il primo termine e quello, che gli è vicino, si chiama Seconda: quello, che passa tra il primo, e il terzo, dicesi Terza: e così sempre avanzandosi all' ulterior termine, e al fondamentale paragonandolo si hanno la Quarta, la Quinta, la Sesta, la Settima, e finalmente l' Ottava; siccome nella Tavola, che segue, in cui notasi di più un Intervallo molto considerabile tanto presso gli antichi, quanto presso i moderni, il quale vien

detto Tritono, perciocchè composto di tre interi Tuoni

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 88r,2; text: Tritono, S. T. E. F. G. a. [sqb]. c. d. e. Seconda, Terza, Quarta, Quinta, Sesta, Settima, Ottava]

Ottenutosi da' Greci l' intiero Intervallo dell' Ottava ne' suoi medii diviso, si fecero a partire ciascheduno di questi in due specie, alterandoli o colla diminuzione, o coll' accrescimento. Quindi, se in vece del Limma, il quale chiamasi ancora Seconda minore, [-f.88v-] si sostituisca il Tuono, avremo un più esteso Intervallo, che dicesi Seconda maggiore: se in cambio di due Intervalli l' uno de' quali é un Semituono, l' altro un Tuono, come richiedesi a compire il Semiditono, o Terza minore,) poniamo due interi Tuoni, troveremo il Ditono, o Terza maggiore: se al Limma della Diatessaron, o Quarta sopra esposta si aggiunga l' Apotome, ne risulterà la diatessaron, o Quarta alterata, detta volgarmente Quarta maggiore, che al Tritono, come è chiaro, si riduce: se dalla diapente, o Quinta, composta di tre Tuoni maggiori, e di un Limma, si levi un Apotome, o Semituono maggiore, diverrà Quinta mancante, o Semi-diapente, o Quinta falsa, come suolsi nominare. L' Esacordo, o Sesta, sarà maggiore, se composta sia d' una Quarta e di una Terza maggiore; e minore sarà, se la Terza sia ancor essa minore; siccome vedremo intervenire, che la medesima Terza, ora maggiore, ora minore, alla Quinta unita produca ora l' Eptacordo maggiore, o Settima maggiore, ora l' Eptacordo minore, o Settima similmente minore

Non tutti gl'Intervalli sopra esposti furono da' Greci collocati in un genere solo, ma in due classi vennero spartiti, in quella cioè de' Consoni, e in quella de' Dissoni. Nella prima specie collocarono essi tanto i Primitivi Quarta Quinta Ottava, quanto i Replicati Undecima Duodecima Decimaquinta, e i Triplicati Decimaottava, Decimanona Vigesimalseconda. Nell' altra ne posero il restante, cioè il Comma; i Semituoni maggiore, e minore, osieno Seconda minore, il Tuono, o Seconda maggiore; la Terza maggiore, e minore; la Quarta alterata, ovvero Tritono; la Quinta [-<f.90r>-] mancante, o falsa; le Seste, e le Settime così maggiori, che minori.

L' intiero apparato diquest' Intervalli, e ciaschedun di loro si può comodamente dedurre dalla cominciata doppia Progression geometrica da Platone propostaci, soltanto che più oltre produr la vogliamo. La qual cosa, lo sa Iddio, forse sarà stata tentata, ed ottenuta ancora da qualche antico Musico Greco per privato o pubblico vantaggio: e non sappiamo noi, quanto abbia pensato, e divulgato quella dotta nazione a comune ammaestramento, se non quello, che troviam ne' suoi pochi, e manchevoli monumenti a noi pervenuti. Le due Tavole Seguenti, triangolare l' una, l' altra quadrilatera faran manifesta la verità della dianzi avanzata proposizione. La prima pone sotto gli occhi, al sinistro lato di chi la riguarda, la prodotta Progression Geometrica subdupla, e al destro la subtripla. La seconda descrive la serie de' sovraccennati Intervalli nella maniera [Maniera ante corr.], che ci si propongono per le dette Progressioni

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica,<90r>; text: Tavola prima, A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. T. V. X. Y. Z. aa. bb. cc. dd. ee. ff. gg. hh. ii. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288, 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. 59049. 177147. 531441. Ottava. Duodecima. Quinta. Decimaquinta. Quarta. Vigesimalseconda. Vigesimalterza. Undecima. Tuono. Decimaottava. Settima minore. Sesta maggiore. Terza, Limma, o Semituono, Quarta

alterata, Tritono. Apotome, Semidiapente, Comma.]

[-<f.90v>-] Se mai taluno inferir volesse perciò: dunque tutti gl' Intervalli da' Greci usati trovansi dedotti dalle due quì descritte Progressioni, suddupla, e suttripla; io certamente non saprei, come accordarglielo. Perciocchè, egli bene, che indi deducansi tutti gl' Intervalli, che servono alla sola specie chiamata Diatona-diatonica, che è la prima, perche nata con noi, e perciò la più antica in codesto Genere Diatonico; ma poi questo stesso non ha egli altre sette specie, i cui Intervalli, (tranne i Consoni,) al certo non si ricavano dalle due serie proposte? Pure non istà quì tutta la mancanza del musicale apparato, come io pretendo dimostrare. Anche il Genere Cromatico comprende in oltre otto altre specie, e cinque il Genere Enarmonico, il perche trovo, che tutte queste, unite a quelle del Diatonico, formano il considerabil numero di ventiuana specie [venti delle quali add. in marg.] non comprese nel Progressivo Sistema. Queste otto specie, che vengo ora scuoprendo, e che, pigliando il nome da loro Autori, mi giova chiamarle Sistemi, ricercate furono per isfuggire, o menomare la molesta uniformità, e avidamente seguire la varietà, che ogni uomo cotanto desidera: e di comun determinazione vi si ritennero fermi, ed immobili il primo, e l' ultimo de' termini della Quarta divisa, ed alternandosi più, e meno, o coll' accrescimento, o colla diminuzione i due termini di mezzo, abbreviando, o allungando gl' Intervalli, onde nacque la sostanzial loro differenza; perochè, trattandosi di Quantità, quello, che a lei precisamente s' appoggia, quand' ella si muta, senza meno prender dee diversità.

La Tavola, che soggiungo, pone in veduta tutte le specie della Quarta divisa secondo i varii Sistemi in qualunque Genere, e insieme la proporzione de' rispettivi gradi, e la quantità degl' Intervalli.

[-f.92r-][Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 92r; text: Genere Diatonico, Cromatico, Enarmonico, Prima specie, diatonico diatono antico, secondo Eratostene, e Tolomeo, 256:43:216:192. $x \frac{9}{8} = \frac{4}{3}$, Seconda, di Archita, Tonieo, $\frac{28}{27}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{246}{67}$, terza, $6+9+15$, 30, 243 $\frac{1}{5}$, 224, quarta, intenso, Aristosseno, 12, 217 $\frac{3}{5}$, quinta, Didimo, $\frac{16}{15}$, $\frac{10}{9}$, sesta, molle, $\frac{21}{20}$, $\frac{8}{7}$, 143 $\frac{17}{21}$, 219 $\frac{9}{21}$, settima, ottava, 240, 213 $\frac{1}{3}$, Ottava, Equabile, $\frac{12}{11}$, $\frac{11}{10}$, 234 $\frac{2}{3}$ [224 $\frac{2}{3}$ ante corr.], $\frac{28}{27}$, $\frac{243}{224}$, $\frac{32}{27}$, 227 $\frac{135}{243}$, 217 $\frac{3}{5}$, $\frac{246}{67}$, 243 $\frac{1}{5}$ [246 [249 ante corr.] $\frac{1}{3}$ ante corr.], 230 $\frac{2}{5}$, sesquialtero, $4 \frac{1}{2}$, 21, 30. $\frac{246}{25}$, $\frac{236}{45}$, $\frac{36}{35}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{249}{35}$, $\frac{20}{19}$, $\frac{29}{28}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{22}{21}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{20}{19}$, $\frac{19}{18}$, $\frac{25}{24}$, $\frac{28}{27}$, $\frac{15}{14}$, 240, 244 $\frac{4}{11}$, 224, $\frac{32}{31}$, $\frac{31}{30}$, 248, 250 $\frac{10}{23}$, $\frac{46}{45}$, $\frac{24}{23}$] [nella Tavola del genere Enarmonico tanto la Quarta, quanto la Quinta specie sono = $\frac{4}{3}$, e non = $\frac{4}{5}$ add. in marg.]

Suppongo per tanto, che si conceda, che qualora non si trovano, o trovar non si possono [o uno, o add. Supra lin.] amendue i termini dell' Intervallo, che si rintraccia, nelle Progressioni geometriche suddupla, e suttripla, suppongo, dissi, che si conceda, e a buona ragione, non potersi un siffatto Intervallo da tali serie dedurre. Distinguo per amor di chiarezza i detti termini in due specie, altri intieri precisamente, altri intieri bensì, ma ad un rotto numero uniti. I primi divisi, e suddivisi per due o per tre, o mi danno le loro parti perfettamente intiere, o me le danno unite pure a qualche suo [-<f.92v>-] rotto. Se questo, le annovero nella specie seconda sovraccennata, se quello, o arrivo coll' operazione a qualche radical termine contenuto nell' una, ovvero nell' altra progressione, o nò: se quest' ultimo; dunque il termine non ha luogo, ed avere nol può nelle due serie esposte. Che se poi sia egli un numero intiero,

ma che non sia in quelle espresso, o almeno ad esse riducibile per que' termini radicali della Progression come accennammo, sarà perciò da loro escluso, siccome con maggior ragione escluderassi, quando venga ad esser unito, o si risolva in frazioni: ma che ve ne siano di tal natura, ora appartienmi dimostrare, affinché conchiudasi, che tutt' i greci Intervalli nelle date serie ricercansi indarno.

Prendiamo in primo luogo i prodotti per serie dai termini radicali d' ogni Genere, e lor specie. Nel Genere Diatonico il sistema di Archita pone il termine 246 $\frac{6}{7}$; il Molle di Aristosseno 243 $\frac{1}{5}$, el' di lui Intenso 217 $\frac{3}{5}$; il Molle di Tolomeo 243 $\frac{17}{21}$. e 219 $\frac{9}{21}$; e l' Intenso e l' Equabile dello stesso Tolomeo 213 $\frac{1}{3}$, 234 $\frac{2}{3}$; Nel Cromatico di Archita il termine 246 $\frac{6}{7}$, 227 $\frac{135}{243}$, nel Molle e Tonio di Aristosseno, ed in quello di Eratostene, e di Didimo 230 $\frac{2}{5}$; nel Sesquialtero di Aristosseno 246 $\frac{2}{5}$, 236 $\frac{4}{5}$; nel Molle, e nell' Intenso di Tolomeo 230 $\frac{2}{5}$, 244 $\frac{4}{11}$. Nel Enarmonico finalmente d' Aristosseno, d' Eratostene 249 $\frac{3}{5}$, e in quello di Tolomeo 250 $\frac{10}{23}$. E questi e altri, come ben vedesi, sono Intervalli, che hanno o l' un termine, o amendue uniti ad un Rotto, o Frazione. Passiamo inanzi

[Nel Genere diatonico diatono antico il termine 216. diviso per due mi dà 108., questo il 54., e il 54. il 27. che diviso anch' esso per 2. mi dà il Numero col rotto $13\frac{1}{2}$, il qual numero non può aver luogo nella [[data]] [subdupla corr. supra lin.] Progressione. Diviso l' istesso 216 per tre mi dà 72. 24. 8., e in fine $2\frac{2}{3}$, che non ha luogo [nella suttripla add. supra lin.]. Nell' istesso Genere il numero 192. diviso per due ci dà in fine $1\frac{1}{2}$, e diviso per 3. ci dà $21\frac{1}{3}$, i quali ne pur essi non han luogo nelle due serie add. in marg.]

Nel Genere Diatonico Molle di Aristosseno, e nel Cromatico Intenso di Tolomeo, il termine 224. diviso per 2. mi dà 112., questo il 56, e il 56. il 28. il 14., e questi il 7. Questo numero non può aver [-f.94r-] luogo nella [[data]] [suddupla corr. supra lin.] Progressione, perché diviso per 2. lascia il $3\frac{1}{2}$. Ne meno può aver luogo questo istesso numero 224, se lo divido per 3. [nella suttripla add. Supra lin.] perché esso pure alla prima divisione mi dà il numero colla frazione $74\frac{2}{3}$. Il termine 240. del Genere Diatonico, Cromatico, ed Enarmonico di Didimo, e dell' Enarmonico di Archita, ugualmente diviso mi dà per parte sua aliquota il 120. e questo il 60; e il 60. il 30. dal quale traggio alla fine il 15. [[Questo numero non può aver luogo nelle date Progressioni, perché diviso per 2. lascia]] [dal quale si ricava add. supra lin.] il $7\frac{1}{2}$. Che se divido il medesimo 240. per 3. ottengo l' 80, e questo mi dà il $26\frac{2}{3}$. termine, siccome è il $7\frac{1}{2}$, che non può trovarsi nelle medesime [Progressioni add. supra lin.]. Nel Genere Enarmonico di Didimo il termine 248. esso diviso per 2. mi dà il 124., questo il 62., dal quale ricavo il 31; che si pur egli partito somministra il $15\frac{1}{2}$. Che se il 248. dividasi per 3; tosto sen viene la fine, perché immediatamente esibisce il $82\frac{2}{3}$.

Se prendiam poscia gli stessi radicali termini sparsi pei tre Generi, e loro specie, quanti se ne incontrano, che divisi per mezzo de' termini radicali delle due espone Progressioni, in niun modo ridur si possono o all' una, o all' altra senza frazioni? Per non andar troppo lungamente discorrendo, eccoli tutt' insieme raccolti; e sono 5. 7. 10. 11. 14. 15. 19. 20. 21. 22. 23. 28. 30. 31. [35. add. supra lin.] 38. [39. add. supra lin.] 40. 45. 46. 224. Si conceda dunque come certo, che presso i Greci v' erano alcuni Intervalli compresi entro certi termini, che non poteano aver luogo nella Progression Geometrica suddupla, o suttripla, [-f.94v-] e che per conseguenza eglino trar non si potean da loro, ch' era appunto ciò, che voleasi dimostrato.

Egli è vero, che degl' Intervalli da' Greci usati non teniamo a' nostri giorni, che i tre rispondenti alle primitive Consonanze, Quarta, Quinta, e Ottava, e loro replicate: dunque

inferir vorrassi, che i nostri moderni trarre si possano dalle tante volte menzionate Progressioni? Più tosto dicasi, che uguale, anzi maggiore impossibilità, quanto [n' add. supra lin.] è maggiore il numero appetto di quelli, ritroviam a ridurveli. Le Terze, e le Seste erano dissonanti presso de' Greci, come s'è veduto: ma noi ora di loro abbisogniamo a condizione, che sien consonanti, e così ci arrischiscono di gran copia d' altri Intervalli nati da esse. [[Saranno dunque le Terze, e le Seste da quelle de' Greci diverse; il che ottiensì levando, o aggiungendo loro]] [essendo dunque le nostre Terze, e le Seste da quelle de' Greci diverse, ridurransi consimili levando o aggiungendo alle Greche add. in marg.] un Comma moderno, e alle volte ancora meno; la qual aggiunta o diminuzione chiamasi Temperamento. Ora, io dico, tutto ciò produrrà egli, che tal Intervalli mantengano i loro termini nelle date [[Proporzioni]] [Progressioni corr. supra lin.]? Basta [basti ante corr.] il riflettere alla quantità del moderno Comma, o a quella minuta parte di lui, che vi si vuole aggiunta, o levata, per rimaner persuaso, che la cosa succede altramente.

Ha uopo la moderna Musica della Settima sua maggiore e minore, i termini [termi ante corr.] delle quali son <0> 15:8, e 9:5. Richiede la Quinta mancan<te> e la Quarta alterata; la proporzion di quella è 64:45, e di questa ne' primi termini 45:32. il Semituono moderno minore [-f.96r-] ha per termini 25:24., il medio 135:128., il maggiore 16:15. [17:16. ante corr.], e il massimo 27:25.; e il Diesis enarmonico moderno 128:125. Il Comma finalmente spiega la proporzion sua di 81:80. Lunga cosa sarebbe il porre a disamina ciascuno di questi termini; e basterà il dire, (e ciò sicuramente,) che o amendue, o uno almeno de' termini de' dati Intervalli non si possono collocare nelle dette Progressioni, salve le loro Leggi.

Gl' Intervalli relativi ad A la mi re fondamentale sono dodici, se prendiamo l' Ottava divisa ugualmente [ulualmente ante corr.] in tanti Semituoni, come osservar si può nella Tavola seguente.

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 96r; text: A. B. C. D. E. F. G. a. #, b, [sqb], x, 9/8, 16/15, 10/9, 20796 [20706 ante corr.] 21600, 22118, 23040, 23328, 24300, 24576, 14884, 25920, 26542, 27648, 28809, 29491, 30720, 31104, 32400, 33178, 34560, 35389, 36864, 37325, 38880, 39814, 41472, I. 16/15, II 135/128, III, IV 25/24, V. VI 27/25, VII, VIII, IX, X., XI. XII. 126/125, 81/80, 2048/2025]

Prendo il solo da F. a G., che è un maggior Tuono. È questo diviso in cinque piccoli Intervalli, i termini de' quali se mettiam a ragione, [[neppur uno]] [due soli radicali corr. supra lin.] aver luogo nelle date Progressioni, perciocchè dividendoli, e suddividendoli per 2., o per 3., presto, o tardi ci accorgeremo dare le loro parti unite a un qualche Rotto. Il 25920 diviso per 2. all' [[ottava]] [settima corr. supra lin.] operazione ci dà il [[97 ½]] [202 1/2 corr. supra lin.]; per 3. alla quinta 106 2/3: il 24884. alla terza per 2. il 3110 ½, e per tre alla prima il 8294 2/3: il 24576. alla decimaquarta per 2. l' 1 ½, ed alla seconda per 3. il 2730 2/3: il 24300 per 2. [-f.96v-] alla terza il 3037 ½, e per 3. alla Sesta [[per]] il 33 1/3. il 23328 alla sesta per 2. il 364 ½. E per 3. alla [[sesta da]] [settima corr. supra lin.] 10 2/3: il 23040. finalmente per 2. alla decima il 22 ½. E per 3. alla terza l' 853 1/3.

Se poi prenderemo i radicali termini delle sudette proporzioni, che [oltre i già sopra accennati add. supra lin.], che sono [[20.]] 25. 80. 2025; e li divideremo, e suddivideremo per 2. o per 3., ritroveremo pur anche le loro parti unite a qualche frazione, o Rotto. E qui avvertasi, che se, in vece del A la mi re, prendiam per fondamentale l' # A si mutano [poco

meno che add. supra lin.] tutti gl' Intervalli, e così in qualunque altro caso, se prendasi per primo termine un altro da' detti in qualsivoglia maniera differente, in queste ipotesi non è sperabile, che i Moderni musicali Intervalli tutti dedurre si possono dalle Progressioni geometriche suddupla, e suttripla.

Ma se si aggiungessero altre Progressioni, esempigrazia la Quintupla? Rispondo, che sarà sempre lo stesso, per ragion principalmente de' numeri rotti uniti agl' interi, che si trovano accostandosi colle suddivisioni a' radicali. E quand' anche non vorremmo i Rotti considerare, coll' aggiunta della sub-Quintupla [Quintupla ante corr.] non veniamo a conseguire tutt' i radicali; mancandovi il 6., e il 10. e molti altri ed è molto agevol cosa, che un termin si trovi di un qua<l>che Intervallo, che non possa aver luogo in queste Serie, senonse partito per un divisore, che un [[di loro solo]] [solo dei due termini corr. supra lin.] ci lascia finalmente. Un solo caso giudicherei potersi ritrovare, nel qual [-98r-] possibil fosse il francamente asserire, che, non considerati i Rotti, si ottengano con sicurezza tutti gl' Intervalli tanto antichi, che moderni dalle Geometriche [[proporzioni]] [progressioni corr. supra lin.], le quali sieno per contenere in semedesime i rispettivi loro termini: il caso sarebbe, quando si concepissero tutte le possibili serie geometriche [[una ciascuna]], ovvero quando ogni termine di ciascun Intervallo si stabilisse come radice della progressione. La quale asserzine non sarebbe da comportarsi così di leggieri, come qualla, che risolverebbesi nella proposizion seguente: dati tutt' i numeri possibili intieri, si possono rilevare tutte le proporzioni, che tra loro ritrovar si possono. Chi non resterebbe sorpreso da tale ipotesi? Noi al certo non siam per ammettere [un tanto numero di Progressioni add. supra lin.], siccome nè anche quella [Ipotesi add. supra lin.], in cui i Rotti non vogliansi per considerati; perciocchè quando si asserisse, che tutt' i moderni Intervalli ricavar si possono dalle serie geometriche suddupla, e suttripla, e se vogliamo ancora suquintupla, non s' è poi in libertà nell' induzione, che all' asserzion serva di prova il recedere in parte dalla supposiizione alterando, o rovesciando le progressioni. Il che sembra essere stato fatto da alcuni non troppo coerentemente alle buone regole del raziocinio; perciocchè all' identità di quelle ricercasi la medesima sussistenza de' termini, e la costanza della medesima relazione.

Ma quale sarà mai quella regola sicura, alla quale attenerci possiamo, quando rilevar ci piaccia la quantità degl' Intervalli della moderna Musica, e che sufficiente sia e non manchevole, [-f.98v-] qual' ella esser dee, affinché la denominazion di nor<ma> e guida le si convenga? Ella è [nei medesimi Intervalli add. in marg.] la Divisione, la Sottrazione, e la Composizione, dalle quali la compiuta suppellettile musicale speditamente ricaviamo; Base, e fondamento supponendo l' Intervallo, chiamato Ottava.

La Divisione si restringe all' Ottava, alla Quinta, e alla Terza maggiore; le quali consonanze si esprimono coll' 1<. > e 2.; col 2. e 3.; col 4. e 5. Raddoppiamo i numeri esprimenti l' Ottava, ed avremo il 2, e 4, e l' mezz<o> loro aritmetico sarà 3.; il quale posto in serie 2. 3. 4. concorrerà a darci la Quinta fra 2. e 3. e la Quarta fra 3. e 4. duplicando gli estremi della Quinta, abbiamo il 4. e il 6. a' quali frapposto il 5. ne vengono, tra 'l 4. e il 5. la Terza maggiore, e tra 'l 5. e il 6. la Terza minore. Aggiugnendo al 4. e a 5. (termini della Terza maggiore) altrettanto quant' essi sono, ne risult<a> l' 8. E il 10., tra' quali collocato il mezzo aritmetico 9. ci danno gli estremi del maggior Tuono 8. e 9., e quelli del minore 9. e 10.

Si usa della Sottrazione, levando l' Intervallo minore dal maggiore. L' eccesso di questo sopra quello, (che chiamasi differenza) ci provvede de' seguenti Intervalli. L' eccesso della Terza maggiore sopra la minore ci porta il Semituono minore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98v,1; text: 6, 5, 4, 3. 24:24].

L' eccesso della Terza minore sopra il Tuono maggiore ci dà il Semituono maggiore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98v,2; text: 6, 9, 5, 8. 3, 48:45, 16:15]

Così l' eccesso del Semituono maggiore sopra il minore produce il Diesis Enarmonico moderno

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98v,3; text: 25, 24, 16, 15, 3, 384:375, 128:125].

L' eccesso del Tuono maggiore sopra 'l minore ci provvede del Comma moderno

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98v,4; text: 10, 9, 8, 81:80].

L' eccesso dello stesso Tuono maggiore sopra 'l Semituono minore ci rende il Semituono massimo

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98v,5; text: 25, 9, 24, 8, 216:200, 27:25].

Finalmente l' eccesso del Semituono massimo sopra il diesis Enarmonico ci somministra il Semituono medio

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 98,6; text: 128, 125, 27, 25, 3375:320 135:128]

e l' eccesso del Diesis Enarmonico sopra il Comma ci porge il Comma minore

[-f.100r-] [Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,1; text: 128, 125, 81, 80, 5, 10240:10125, 2048:2025]

Non meno delle due operazioni sovraccennate è feconda d' Intervalli la Composizione [Composizione ante corr.], che chiamasi di ragione; perciocchè, se si unisca la Terza maggiore col Tuono maggiore abbiam tosto la Quarta alterata

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,2; text: 5:4, 9:8, 45:32].

Se si [[unisca]] [componga corr. Supra lin.] la Quarta consonante col Semituono maggiore, otteniamo la Quinta mancante

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r, 3; text: 16:15, 4:3, 64:45],

che dicesi ancora falsa. Dalla composizione di due Tuoni maggiori con un minore si ottiene il Tritono

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,4; text: 81:64, 10:9, 879:576, 45:32, 18],

che si riduce alla Quarta alterata. Dal comporsi la Quarta colla Terza minore risulta la Sesta minore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,5; text: 4:3, 6:5, 24:15, 8:5, 3],

e dalla Quarta composta colla Terza maggiore provien la Sesta maggiore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,6; text: 4:3, 5:4, 20:12, 5:3, 4]

e dalla Quinta colla Terza minore la Settima minore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica, 100r,7; text: 3:2,6:5, 18:10, 9:5, 2];

e infine s' arriva a conseguir la Settima maggiore componendo la Quinta colla Terza maggiore

[Martini, Dell' uso della Progressione Geometrica,100r,8; text: 3:2, 5:4, 15:8]

Dunque posso [[conchiudere]] confidentemente, tutt' i semplici Intervalli della Moderna musica si deducano dalle tre accennate Operazioni. La Conclusione è legittimamente dedotta dall' eseguita induzione, soltanto che si avverta esser quello l' intero loro apparato. In quanto al rimanente, cioè quei che sono sopra l' Ottava, è chiaro e manifesto, che componendo quella sul metodo poc' anzi detto co' suoi susseguenti acuti Intervalli, e così della doppia Ottava parlando, [-f.100v-] e di qualunque altro maggiore, per tal via si giugne ad ottenere l' intero musical fornimento sen<z'> alcuna restrizione

Rimane per tanto certo il principio da noi assegnato alla formazione della serie di qualunque Intervallo della moderna Musica, perche fondato sulle Aritmetiche incontrastabili Operazioni. È universale, perche da lui si trae la compiuta musical suppellettile, senza bisogno di alterazione. È comodo e spedito; perche mediante una semplice o Divisione o Sottrazione, o Composizione si discorre francamente pel moderno vasto apparato. Vero è, che non è semplice, ma molteplice; e per questo? per questo non perderà nulladimeno il vantaggio, ch<'> egli ha sopra le tre geometriche Progressioni suddupla, suttripla, e suqquintupla; il sistema delle quali non può dirsi univrsale, perche la maggior parte degli antichi [Antichi ante corr.] e moderni Intervalli trarne non si può, senon se imperfettamente, che è lo stesso che in niuna maniera; ed all' uopo riesce assai laborios<o> e malagevole, abbisognando a chi servir s<e> ne dee, per aver i legittimi e giusti Intervalli, ora aggiungere, ora scemare un moderno Comma, e tal volta da questo stesso trarre, o con lui comporre una piccola particella: che in verità è poi il medesimo aver di mestieri quando della Composizion<e> quando della Sottrazione, parte del principi<o> da noi stabilito.

[-f.102r-] Ecco in fine ciò che accettar deesi come certo, perche a mio parere evidentemente mostrato, che non il semplice (se pur così chiamar vogliasi, e in verità tal sia) Principio delle tre Progressioni geometriche suddupla, suttripla, e suqquintupla unite; ma il

distinto, e diviso, e diverso, e molteplice (che così abbiám nominato(delle tre [[aritmetiche]] Operazioni, Divisione, Sottrazione, e Composizione, sia la certa, universale, e ben agevole origine degl' Intervalli tutti dell' antica Musica, e della moderna; a riserva della supposta Base, e fondamento, cioè dell' Ottava, siccome poc' anzi fù detto.

Si potrebbe forse stabilire un' altro Sistema, il quale per ora, ne apro, ne manifesto, ne di lui dò alcun giudizio; dipendendo la stabilità sua, e gli altri pregi suoi dalla risoluzione del seguente Problema: Con un solo metodo stabilire una seriee composta di diverse Proporzioni miste dei cinque Generi, Moltiplice, superparticolare [superparziente ante corr.], superpaziente [superparticolare ante corr.], Moltiplice-superparticolare [superparziente ante corr.], e Moltiplice-superpaziente [superparticolare ante corr.]. La qual proposizione, appartenendo al matematico regno, la rimeetto ben volentieri, e convenientemente a que' valenti Uomini, che in lui passeggiano con sicurezza, e con decoro.