

Author: Carretto, Giorgio

Title: Compendio della musica Dell' Illustre signor Georgio Carretto delli marchesi di Saona, dottor de leggi, et senator di Mantoua.

Editor: Massimo Redaelli

Source: Bologna, Museo Internazionale e Biblioteca della Musica, MS C.119, f.1r-23r

<[-1r-]> [283 in marg. alia manu] [numero 4. alia manu] Compendio della musica Dell' Illustre signor Georgio Carretto delli marchesi di Saona, dottor de leggi, et senator di Mantoua.

[Di Pier Antonio Uitale Carleuari add. alia manu]

[-2r-] Prima Parte.

Fra li doni principali dati da Dio, all' huomo specialmente, ui è stato concesso il parlare col quale notificiamo li concetti dell' animo, la qual parte per se bellissima, fu poi nobilitata dalla Harmonia, Rithmi, Metri, li quali oltra l' utile, che danno di esporre li concetti, ui aggiungono ancora la diletatione dell' udito. Di qua nascono gli hymni in lode di Dio, uersu heroici, tragici, comici, elegi, lyrici, con li quali ad ogni affetto più si muouono gli animi, riducendoli alla contemplatione, et uita angelica, raffrenando gli appetiti, et inducendo a uiuere una uita celeste, et qua giù godere, di quella celeste Harmonia. Essendo questa nobilissima et alta scienza meritamente in sommo pregio, et per la maluagità de' tempi ridotta, à negletto. e tanto ristorata da Adriano Willaert maestro di capella in San Marco di Uinegia, et ridotta ad arte, dal Reuerendo Don Giuseppe Zarlino da cui intendo estrarre un breue Enchiridio, et chiaro, a modi di glossa non pretermettendo cosa alcuna, a questo pertinente, come si uedrà nel progresso dell' opera.

Fra li sentimenti del corpo humano. Il Tatto, et il gusto sono come piu necessarij per lo essere dell' huomo, Ma li altri sentimenti, come Uiso, Udito, et Odorato sono più necessarij per lo bene essere dell' huomo. Di questi tre ultimi, anchora che il uiso per se considerato [-2v-] paia di più virtù, et più necessario Nondimeno lo udito per accidentee è più necessario, et migliore nelle cose oertinenti allo intelletto, per lo quale essi sensi sono creati, et perche egli è più semplice.

Dallo udito hebbe origine la scientia della Musica antichissima ritrouata prima del dilluuio da Iubal della stirpe di Caino al suono de martelli, et incudine, et poi ristorata da Mercurio insieme col corso delle stelle, et l' Harmonia del canto et proportione delli numeri, che altri attribuiscono questa inuentione a Pythagora.

Et essendo questa scientia mathematica e certissima, poiche considera [considerate ante corr.] le cose che hanno il uero essere per sua natura, et li soi prencipij sone le sententie communi, alle quali nessuno può refragare.

La Musica adonque, è, antichissima, certissima, nobilissima, et sacra, come ce lo dimostra la constructione dello uniuerso fatta harmonicamente. Et l' harmonia dell' anima nostra abbraccia tutte le scientie liberali, passando per la congruità della Grammatica, nel numero delle orationi, e poesie. Nella Dialettica per la proportione de syllogismi. Nella Astrologia per le concordie, et discordie de' pianeti, et [-3r-] altre stelle, Così nella Philosophia per il moto, et ordine dello uniuerso, essendo dato il luogo ad ogni cosa, secondo la sua naturale grauità et leggerezza. Così nella Medicina per la proportione nelle dosi, et nella cognitione delli polsi. Nella Theologia per la diuisione delle tre Hierarchie, et noue

ordini angelici, delle quattro animali, sette candelabri, e li uentiquattro vecchi. Meglio si intende, et piu si essercita in Paradiso che altroue, Onde la simillitudine della chiesa trionfante la chiesa nostra militante usa canti, et suoni nelli sacri officij a laudar Dio. Così nel mare cantano le syrene, nell' aria cantano gli augelletti, Essendo dunque ogni cosa dal sommo Creatore composta con musica, che diremo dell' huomo, e se l' anima del mondo è composta di Harmonia, tal deue esser ancora l' anima dell' huomo formato a simillitudine del mondo maggiore Onde uien detto Microcosmo.

E dunque la Musica neccessaria all' huomo christiano, et mezzo ottimo da ridurre alla uita contemplatiua, et Instrumento per riceuere il spirto bono, come accade ad Eliseo. Onde uogliono Platone et Aristotele che l' huomo bene instituito sappia musica [-3v-], et impari da fanciullo, non solamente per dar spasso, et diletto allo udito, ma ancora per regolare le passioni dell' Animo et essercitarsi uirtuosamente nelle hore otiose, et fare habito honesto, conducendosi per la uia de' boni costumi. Si che la musica a noi, è naturale, tanto che insino à fanciulli da fascie, piace diletta, e moue, ci recrea li spiriti, ci racquista le forze smarrite, alleuia le fatiche, ci consola, ci rende allegri, ci eccita gli animi, ci fa coraggiosi, moue gli affetti, ci apporta utile, diletto, honore et gloria congiungendo la speculazione con la pratica.

Musica è scientia delle Harmonie concordi, et discordi. Onde disse il philosopho omnia per litem constare.

Si diuide in musica Animastica, et organica. Animastica, o uero mondana, come la congiunzione delli Elementi del mondo, altra si dice humana come la cognittione delle parti dell' huomo, et delli humori.

Organica musica nasce da instrumenti, li quali se saranno naturali, come la gola, il petto, le labra si dice Harmonica, ò musica naturale. Ma se sono instrumenti artificiali, formati dall' arte, et inuentione humana, si dice Musica artificiale, et alcuna è da fiatto, come Trombe, [-4r-] Piffari, Flauti, Cornetti, Tromboni, Alcuni da corde, che si percuotono con le dita, ò con il plectro o sia archetto come lira, Uiola, Altri da battere, come Tamburi nachare, cembali.

La Musica organica naturale, e piana, ò misurata Rithmica o metrica.

La musica animastica, o mondana si conosce nella distanza delle sphere, e de' Cieli, alli quali è stato assegnata una Musa per ciascun Cielo.

La Terra Thalia senza concento.

La Luna il concento hypodorico. Clio.

Mercurio il concento hypoprigio. Calliope.

Venere il concento hypolidio. Terpsichore.

Sole il dorico. Melpomene.

Marte il phrygio. Erato.

Giove il lidio. Euterpe.

Saturno il Mixolidio. Polyhymnia.

Il Firmamento hipermixolidio Urania.

Si conosce la Harmonia animastica mondana, nella distantia delle sphere Percioche dalla terza alla ottaua sphaera sono otto interualli, et sei toni. li quali fanno la diapason secondo Pythagora, Et ui sono cinque semitoni. Due toni, et uno tono, e mezzo.

[-4v-] Dalla Terra al cielo della Luna sono miglia Italiane 15750. Tuono

Dalla Luna. a. Mercurio. miglia 7875. Semitono.

Da Mercurio. a. Uenere. Miglia 7875. semitono.

Da Uenere, al Sole miglia 23625. Tono.
Dal Sole a Marte. Miglia 15750. Tono.
Da Marte a. Gioue miglia 7875. Semitono.
Da gioue a. Saturno. Miglia 7875. semitono.
Da Saturno al Firmamento miglia 7875. Semitono.
Da Saturno al firmamento miglia 7875. semitono.
Si che dalla Terra al Ciel stellato ui è la consonantia della diapason.
Dalla Terra al Sole ui è la diapente
Dalla luna al sole ui è la Diatessaron
Dal sole al Ciel stellato ui è la diatessaron.
[Carretto, Compendio, 4v]

Così ancora si troua musica mundana nelli Elementi, li quali si congiungono con una qualità come con il prossimo Elemento, et con una qualità sono contrarij et hanno la medema proportione tra loro li elementi contrarij, come dui numeri [6 9 12 18. add in marg.] cubi prossimi hanno dui numeri mezzani che li congiungono – come Cubi. 8. et 27. hanno 12. et 18. mezzani tra loro della medema proportione, perche si come 12. e sesquialtero, al 8. così il 18. e sesquialtero al 12. così [-5r-] 27. è sesquialtero al 18. Così li Elementi graui tirano allo ingiù li elementi leggieri, e li elementi leggeri tirano li graui [Terra 8. Aqua 12. Aria 18. Foco 27. add. in marg.] allo in sù. di modo che tutti stanno in bilanza al luogo loro. Così uno elemento si tramuta nel prossimo in proportione declupla di modo che dalla terra al fuoco, è la proportione di uno à mille. Da questa Harmonia mundana e stato ritrouato il Tetrachordo per li quattro elementi, et per le quattro stagioni dell' anno. Et lo Eptachordo per li sette Pianetti. Ma lo primo è più accetto, et usato. Doue la Hypate significa la Terra, et ha il modo Mixolidio. Parhypate significa l' aqua, et ha il modo Dorico. Paranete, e synemmenon significa l' Aria lydio. Nete dizseugmenon, et hyperbolen significa il foco et ha il modo Phrigio. Così nella Harmonia del Microcosmo si conosce, perche nella generatione dell' huomo il Seme diuine nella matrice come latte poi in noue giorni, che è numero risesquialtera, diuine sangue poi in dodeci giorni, che e proportione sesquitertia ò sia diatessaron diuine Carne informe. Poi in giorni 18. diuine [-5v-] formata di modo che in giorni 45. resta formato et Iddio gli infonde l' anima rationale, si che dal primo termine al secondo ui è la Diapente, dal secondo al terzo ui è la Diatessaron. dal terzo al quarto ui è la Diapente, et dal primo al terzo ui è la Diapason. così dal secondo al quarto.

Così nell' Anima sono tre potentie parte corrispondenti alle tre consonantie, Intellettiua et Rationale simile alla Diapason. la Sensitiua, et Irascibile alla diapente. La uegetatiua et corruptibile, alla Diatessaron, la quale consiste in augumento stato, et decrescimento. Così l' Anima si lega al corpo con Harmonia, et numero. Il quale compiuto si discioglie quel nodo, et questo si dice corso fattale. Pero secondo Philosophi et Poeti, se alcuno more inanzi temppo bisogna che questo numero si finisca prima che l' anima possa riposare in logo destinatoli; Onde dice Uergilio di Deiphobo ucciso. Explebo numerum, reddarque tenebris.

La Musica organica sia naturale ò artificata si diuide in musica piana, o sia canto fermo, et in musica misurata, o sia canto figurato. Canto fermo, è quando ui sono solamente uoci semplici senza interuallo con ugual prolotione di tempo, et non e uariata da diuerse note, o uarij tempi. Nota si dice un segno posto in Riga, ò in spacio [-6r-] che ci ammonisce, quanto habbiamo da crescere, o isminuire la uoce, et con quanta celerità di tempo secondo la ualuta sua.

Musica Rhythmica, è quella harmonia che si sente dal uerso, e dalla prosa numerosa per la quantità delle syllabe, et parole poste con ordine à certi numeri, Et questa è musica organica naturale.

Musica metrica consiste in uersi, et nasce dalla quantità delle syllabe, et numero delli piedi, de quali si compongono li uersi, et perche senza uoce, si pono sonare uersi con instrumenti artificiali puo dirsi ancora artificiata, queste due sorti di Musica appartengono ad oratori, et Poeti.

La Musica organica, è scientia Mathematica, la quale considera col senso, et con la ragione, li suoni, uoci, numeri, e proportioni harmonice, Ordinando le uoci graui, et acute. si dice Musica dalle muse figlie di Giove, et della memoria. Si diuide questa scientia in Theorica, et Pratica necessarie à fare un Musico perfetto. Ma essendo separate, la più nobile parte, è la Theorica, quanto è più nobile lo artefice, che lo instrumento.

[-6v-] La Musica considera li numeri, et proportioni, Il numero altro non, è che congregatione di più unità, la quale è principio del numero et quantità discreta, et è origine, e misura commune d' ogni numero, ancora che la unita non sia numero. si come il ponto, e principio della quantità continua ancora ch' egli non sia quanto, Et il marito, e moglie non sono affini, ma principij di affinità.

Uarie sono le spetie de numeri, ma dal musico sono considerate le seguenti dieci specie. Numero pare che si puo diuidere in parti uguali, Dispare che non si puo diuidere in parte uguali intiere. Numero parimente pare, che si puo subdiuidere più uolte in parti uguali integre insino alla unità come 8.

Numero primo, o uero incomposito, il quale non si puo diuidere, se non per l' unità come 3. 5. 7.

Numero composito, il quale si puo diuidere per altro numero, che per la unita. Come 4. 6. 9. 10.

Numeri contra se primi sono quelli che non hanno alcuno comune partiente, se non la unità, ancora che essi numeri per se si potessero partire per altro partitore [-7r-] che la Unità. Come 9. 10. Così ogni numero distante dallo altro solo per la unità, saranno contra se primi. de' quali sono trè spetie, perche o tutti dui sono compositi come 9. 10. ò uero ambedue primi, come 3. 5. ò uero uno e composito, è l' altro primo come 12. 13.

Numeri comunicanti sono quelli che anno un numero commune diuisore oltre la unità, come 4. 6. De quali sono tre specie, perche ò uero sono ambedui parti, come 4. 6. ò uero ambi dispari come 9. 15. o uero uno pare l' altro dispare come 6. 9.

Numero quadrato, e un numero moltiplicato in se stesso, come 4. uia 4. fa. 16. numero quadrato.

Numero cubo e numero quadrato moltiplicato per la sua radice come 4. uia 16. fa 64. numero cubo.

Numero perfetto si dice un piu modi, per quando le sue parti diuisiue fanno esso numero come 6. le cui parti diuisiue 1. 2. 3. sommate fanno 6. Di questi numeri solamente se ne ritroua uno nelli numeri simplici, che è 6. uno nelle decene il quale è 18. uno nelle centinaia il quale è 496. et sempre finisce in 6. ò uero in 8. Questo numero senario perfetto, è inconsideratione del Musico perche contiene tutte le proportioni [-7v-] harmonice, et tutte le forme di consonantie musicali. Delle quali la Madre è la Diapason, la quale genera le consonantie maggiori di se, et alcune delle altre sue inferiori. Et le Minori nascono dalla diuisione di essa Diapason.

Della uirtù di questo numero senario copiosamente ne tratta doppo l' Agrippa il

Zarlino a capitolo 14. si dice Analogo [[perche]] ciò è proportionato perche si compone delle sue parti diuisiue. Si dice ancora circolare perche multiplicato per se stesso rende il numero 6. in infinito. Così sono sei specie di uoci musicali. Unisona, Equisona, Consona, Dissona, Emmele, Ecmelle, Così sono sei consonantie, Diapason, Diapente, Diatessaron, Ditono, Semiditono, Unissono. Così sei sono li modi. Dorico, Phrigio, Lydio, Ionico, Eolio, Mixolydio. Di questo numero senario e sua perfettione uedi Uitruuio, libro 3. Capitolo primo.

Adunque il numero senario, e il primo numero perfetto, et in esso sono le consonantie semplici, et nel suo quadrato 36. si ritrouono li 18. numeri considerati dal musico. Ilche non si troua in altro numero. Le consonantie nascono nelle proportioni sottoscritte

[Carretto, Compendio, 7v; text Diapente 1. 2.]

[-8r-] [Carretto, Compendio, 8r; text: Diapason. 1 2 10. 12. Semiditono. Diapente. 3 15.

Ditono. Diatessaron. 4 6. Semiton maggiore. 18. Tono maggiore. Ditono. 5 20. Tono minore.

Semiditono. 6 24. Semiditono. Diatessaron. 8 25. Semiton minore. Tono maggiore 9 30.

Semiditono. Tono minore 10. 36. Semiditono. 1 3 Sexta maggiore. 5 8 Sexta minore]

Lo exacordo, o sia sesta, e stato admissa per consonantia da compositori, anchora che si neghi dalli Theorici, percioche e nel genere di proportion superpartiente Il quale non è atto a generar consonantia semplice, ma composita. ouero che dall' uno numero all' altro, de quali si genera l' exacordo, in' mezzo ui sono delle altre consonantie; perche la sesta minore, è da 5. a. 8. Et in mezzo ui si troua 5. 6. che fa il semiditono et 6. 8. che fa Diatessaron. Onde si puo dire la sexta esser composita della diatessaron, et Semiditono. adonque non è semplice. Con la sesta maggiore è da 3. 5. et in mezzo ui sono La [-8v-] Diatessaron. Da tre a quattro e Ditono da 4. a 5. Adonque non è semplice ma composita. Hora dico che la compositione di cui consonantie si puo fare, o di minori della Diapason come la sexta maggiore di Diatessaron et Ditono, et semiditono. Ouero si compone della Diapason et alcuna delle sue minori come la tredicesima composita della Diapason Diapente. La sua proportione da 1. 3. ouero si compone di più Diapason. La cui proportionee e da 1. 4. Ma propriamente composita si dice della Diapason. Onde le seste maggiore, et minore si admettono per semplici, percioche nella sua compositiione non ui entra la Diapason.

Concludendo adunque dico che nel numero senario, sono tutte le proportioni di consonantie semplici, et elementali, le quali sono Diapason, Diapente, Diatessaron, Ditono, Semiditono. Di queste si compongano le altre consonantie contenute in potentia inesso numero senario.

Si come nelli numeri scemplici si uanno replicando [-9r-], perche doppo li dieci segue undeci, dodeci. Così le consonantie si uanno replicando doppo la Diapason, la quale è in proportione dupla. Et perche la Musica non si serue dello infinito, anzi solo si serue di quantità determinata, la quale o uero e continua quando ha un termine commune come la linea, superficie, corpo, luogo, et tempo, o uero discreta, quando non ha termine commune, come [[in]] numero, oratione, Gregge, populo, alla quale quantità discreta, conuiene la Dittione molto, et poco.

Hora de numeri alcuno è semplice, che puo stare per se stesso, come uno, due, tre, et quasi sono considerati dallo Arithmetico Alcuno e relato come duplo, triplo. Et questo non puo stare per se stesso, perche subito si riferisce ad altro. Di questo si serue il musico. Il quale si serue delli corpi sonori, e del numero proportionato, o relato, [[o]] Onde Il soggetto della Musica e numero sonoro, ciò e li tempi, li quali si riferiscono al numero, et li Tuoni che si riferiscono al suono. Et numero sonoro è numero relato alle uoci, et soni, proportionato [-9v-] alle consonantie harmonice con raggione, contenuto semplicemente nel numero senario.

Li quali interualli del graue, et acuto si conoscono col mezzo di corpo sonoro come uoce humana, corde di metallo o d' altra materia. Et secondo la diuisione di essa corda conosceuano lo interuallo delle uoci, et la sua proportione, percioche diuidendo la corda in due parti nasce la Diapason, che è dupla, et quanto più le diuisioni saranno minori, tanto più le uoci saranno acute. Sono dunque le uoci, et suono materia della musica, li numeri, et proportioni sono forma della Musica, Et poiche la musica prende li numeri e proportini dalla Arithmetica et li corpi sonori dalla Geometrica si dice scientia, subalternata alla Arithmetica. Delle Proportioni.

Proportione propria e quando due cose del medesimo genere sono pari in un predicato, come Pietro et Vincenzo in bianchezza del medesimo genere, come due linee, non una linea con un corpo, [-10r-] perche la comparatione Si fa solo di uno genere propinquo, et consiste in equalità, et inequalità, perche e il proprio del quanto et delle cose da lui denominate.

Le proportione propria si diuide, in rationale come dupla. La quale ha medio commune, onde si dicono commensurabili, et comunicanti. Irrationale e quando non si puo denominar con numero rationale, come la conta del quadrato al suo Diametro, perche non hanno alcuna misura commune, onde si dicono Incommensurabili.

Proportione arithmetica sempre e rationale, perche sempre, è equale nello eccesso del numero ma non e cosi della proportione Geometrica.

Proportione di Inequalità e in consideratione del Musico, et si dice di maggior inequalità quando la maggiore contiene più uolte la minore, o di minore inequalità quando si compara la minore alla maggiore, et si parla come la minore sia contenuta nella maggiore.

Le proportioni si comparano in cinque modi, perche il maggiore puo contenere la minore, piu uolte integramente, si dice moltiplice come 2. à 8. o uero la maggiore contiene la minore una sola uolta, [-10v-] et piu alcuna parte aliquota, o sia moltiplicatiua, et si dice superparticolare. come 2. a 3. o uero contiene una sol uolta, et piu alcuna parte non aliquota, dal Campano detta aggregatiua, et questa si dice superpartiente, come 3. a 5., o uero contiene più uolte la minore, et alcuna parte aliquota et si dice moltiplice superparticolare, o uero la contiene più uolte, et alcuna parte non aliquota, et si dice moltiplice superpartiente. Altri cinque modi sono di minori inequalità quando si compara la minore alla maggiore, Et per differentia se gli aggiunge la prepositione sub, come submoltiplice, subsuperparticolare, subsuperpartiente, submoltiplice, subsuperparticolare, submoltiplice, subsuperpartiente.

Ancorache li suddetti cinque generi di maggior inequalità siano infiniti, secondo li numeri. Nondimeno il Musico ne cosidera sol una particella finita piu uicina alla simplicità, perche come e più lontana dalla sua origine e meno pura, et manco intelligibile, perche il senso non ne può hauere cosi presta intelligentia [-11r-] quando le consonantie sono lontane. Perilche hanno prefisso honesto numero de uoci et suoni graui, et acuti. Et per sapere leggere il numero delle proportioni, et uoci, mira quanto siano discoste dalla unità et tal nome hauerà la proportione moltiplice come da 1. a 2. sarà dupla, da 1. à 3. sarà tripla, et cosi in Infinito, Et tanto saranno maggiori, quanto sarà maggiore la denominatione molteplice, come la quadrupla, e maggior della tripla, Et si scriuono a modo di rotti $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. Ma nelle proportioni superparticolari, et superpartienti quanto saranno maggiori le denominationi, tanto le proportioni sono minori de modo che sarà menor una sesquiquarta che una sesquitertia. Et ciò auuiene perche nel genere moltiplice Il denominatore moltiplica, ma nelli altri generi Il denominatore denota diuisione, [[Et]] Et quanto piu si diuide una cosa, tanto le parti restano minori. Et per saper denominare le superparticolari, et superpartienti aggiungi quulle parti che auanzano piu dello integro. Come da 3. à 7. Dirò che è dupla sesquitertia,

ouero dupla superpartiente, un terzo, Et questo modo è piu facile a pronontiare che a mettere le residue inanzi che dire partiente, Come da 7. à 10. ui sarà piu facile dire superpartiente tresettimi [-11v-], che dire superpartiente un settimo.

In questi numeri proportionali superpartienti sono da notare alcune regolette bellissime, et facili.

[Prima add. in marg.] Trouami una superpartiente tre quarti, per regola, co 'l rotto sarà il numero mentre, ciò è 4. Et il maggiore si farà aggiungendo il numeratore de quarti, stara dunque cosi 4. a 7. Trouami una superpartiente $\frac{8}{7}$. l' uno numero sarà 7. l' altro 15.

[Seconda add. in marg.] A ritrouare una multiplice superpartiente come Tripla superpartiente dui settimi. prima moltiplica il rotto per la proportione multiplice 3. [[.] uia 7. fa 21. A questo aggiungi dui fara 23. et starà cosi 7. a 23. cosi dammi una quintupla superpartiente tre ottai. Il rotto sarà il minor numero della proportione 8. moltiplica per la proportione quintupla fa 40. aggiungi li tre, numeratore delli rotti fara 43. Et starà cosi 8. a. 43.

[Terza add. in marg.] In ogni superparticolare proportione. Tal sarà nell' ordine, quanta sarà la differentia del numero maggiore al minore, come 20. a 40. è sesquitertia, et perche la differentia è dieci, Dico che sarà la decima sesquiterza, et che ne sono noue prima di essa li quali sono 4. [-12r-] 4. 3. 8. 6. 12. 9. Et cosi seguendo, moltiplicando li termini della prima sesquiterza 4. 3. per li numeri che tu desideri. come uoglio la settima sesquitertia. Moltiplica per sette. Uerranno 22. 28. numero quesito. Il che e notabile in ogni alra proportione seguendo questo stile, di moltiplicare per quel numero che ricerchi, li primi termini di quella proportione. Sia come si uoglia. come uoglio la terza posta di una quintupla superpartiente[quarta add. in marg.] tre ottai. Li Termini primi sono 8. 4 3. quaeti moltiplica per tre, harai 24. 129. numero quesito.

[4. add. in marg.] Per sapere allo incontro hauuti li termini di una proportione uoglio sapere quanta sia in ordine, parti li numeri proposti per gli numeri primi di quella proportione. Come 24. 29. sono in quintupla superpartiente tre ottai, parto questi per 8. ne uiene 3. però dico che e la terza in ordine.

[5. add. in marg.] Per ridurre tre numeri posti in proportione ad un solo termine ciò e il minimo. Come 8. 32. 128. sono tre numeri in quadrupla proportione. [-13r-] uoglio ridurli tutti al termine minore, che è 8. et alla equalità Arithmetica. Leua il minor termine [quadrupla. 8. 32. 128. Tripla. 8. 24. 72. Dupla. 8. 16. 32. Equale. 8. 8. 8. add. in marg.] che 8. dal medio che è 32. resterà 24. cosi leua 8. dal duplo del medio, che e 64. resterà 56. questo leua del numero maggiore che e 128. restarà 72. et questa sarà la prima posta come uediamo in margine, et di quadrupla che era prima diuiene tripla. Hora di nouo usa la medema operatione, leuando l' otto da 24. ne uiene 16. poi leua 8. del doppio di 24. che è 48. restera 40. qual numero leua delli 72. numero maggiore della seconda posta, ne harai la terza posta. 8. 16. 32. et si farà dupla, Opera di nouo con la regola sopra sceritta hauerai la equalità 8. 8. 8. Arithmetica. [Sesquialtera 4. 6. 9. dupla 4. 4. 6. dupla 4. 4. 4. add. in marg.] basta leuare dalli numeri la aggiunta della proportione, Come qui Sesquialtera, significa meta, leua dunque dallo maggior numero la meta del numero medio, Et cosi la meta del numero primo dal medio hauerà 4. 4. 6. e già ne hai due eguali. Hora dinouo [-13r-] [Prima parte add. supra lin.] ouero leua la meta di questa media dallo maggior numero 6. resterà 4. 4. 4. numero quesito. Così farai nelle altre seconda la sua proportione [9. 12. 26. 9. 9. 12. 9. 9. 9. add. in marg.] Come 9. 12. 16. sono in proportione sesquiterza ridulli alla equalità. Leua il terzo dalla media dello maggiore et il terzo della prima della media, numero 9. 9. 12. doue già sono eguali. Di nuouo leui il terzo della media dalla maggior. Uerranno 9. 9. 9. numero

quesito eguale.

[Sesta add. in marg.] ridurre ad equalità più numeri in proportione multiplice superpartiente come in [52. 169. 48. 144. add. in marg.] Tripla sesquiquarta. 16. 52. 169. Prima netta la aggiunta della proportione leuando il quarto secondo la regola [Tripla 16. 48. 144. Dupla. 16. 32. 64. Simpla 16. 16. 16. add. in marg.] prossima questo farai moltiplicando la prima posta per tre, et cosi il prodotto, che resterà silamente in Tripla 16. 48. [144. add. in marg.] Hora opera come nella regola quinta data di sopra, Uerrai alla equalità Arithmetica.

[Settima add. in marg.] Per ritrouare quanti numeri desideri in qual si uoglia proportione superparticolare come Uoglio quatro numeri in proportione sesquiterza [-13v-] [Tripla. 3. 9. 27. add. in marg.]. questa sarà la regola. Ritroua il quarto numero in proportione molteplice, cio è in proportione tripla che sono 27. questo [questo numero in proportione sesquiterza 27. 36. 48. 64. add. in marg.] numero sarà il minimo delli desiderati. A questo aggiungi il suo terzo. uerrà 36. a questo aggiungi il suo terzo uerrà 48. a questo aggiunge il suo terzo uerrà 64. Et staranno cosi 27. 36. 48. 64. in proportione sesquiterza ricercata, aggiungendo sempre il terzo della precedente.

Tratta dunque il Musico delle proportioni di inequalità maggiore, et minore come habbiamo detto, et di ogniuna di esse no sono cinque specie, tre semplici, e due composite.

Le proportioni sempre si scriuono con due lettere a modo de rotti, una sopra la Riga, l'altra sotto. Et quando e il medesimo numero sopra, et sotto la riga allhora è proportione di equalità, come $\frac{5}{5}$ $\frac{4}{4}$. et questa non e in consideratione del musico, Ma quando il numero soprascritto alla riga e maggiore del sottoscritto, si dice proportione di maggiore inequalità, come $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{1}$ [-14r-] sul soprascritto è minore del sottoscritto si dice di minor inequalità, et quando il numero sopradetto contiene piu uolte il sottoscritto, e proportion multiplice come $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{2}$, et hauerci il nome dalle uolte che lo contiene, Et quando il numero sopradetto alla rega contiene alcuna portione del sottoscritto si dice superpartiente e superparticolare, quando quel resituo puo partire nettamente il numero sottoscritto allariga come $\frac{4}{3}$ sesquiterza, $\frac{7}{3}$ dupla sesquiterza. Il medemo si dice delle proportioni di minor inequalità quando il numero sottoscritto e maggiore, et alhora ui si aggiunge la prepositione Sub. Come $\frac{1}{3}$ subtripla.

La proportione di equalità e come Elemento et mezzo, fra le proportioni di maggior et minor inequalità. Le quali si risoluono in essa proportione di equalità, Onde leuando una dupla da una dupla, resta la proportione di equalità, come leuando una subdupla da una subdupla, resta lequalità. Et si come da menor numero non si puo cauar maggior numero, ma solamente da maggiore, o da equale cosi nelle proportioni. sta adonque la proportione di equalità nel mezzo come sostanza [-14v-] e da latti stanno la menor et maggior inequalità come qualità. et estremi perche la maggiore nota sopra abondanza, la minore diffetto, et mancamento. Onde la proportione di maggior inequalità si puo dire positua, et quella della minore inequalità si puo dire priuatiua.

Moltiplicare le proportioni si usa come nelle rotti, moltiplicando li numeri soprascritti alla riga. Et sopraponendo la somma ad una riga. poi moltiplicando li sottoscritti, et sottoscriuendoli alla riga. come moltiplica una quadrupla con una quintupla $\frac{4}{1}$ $\frac{5}{1}$ fa $\frac{20}{1}$ nasce una uicecupla. et questo procede nelle proportioni moltiplici. Ma à moltiplicare le superpartienti, et superparticolari usa il Zarlino et altri authori che si dispongano le proportioni per ordine come qui in Margine [$\frac{5}{4}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{1}$ 24. 20. 30. add. in marg.]. Poi moltiplica per la sottoscritta della maggiore proportione la soprascritta della minor proportione, uerranno 24. Poi moltiplica il sottoscritto della maggiore col soprascritto d' essa

maggiore uerranno 20. poi moltiplica li sopradetti d' ambe le proportioni uerranno 30., et staranno cosi 30. 24. 20. in sesquiquarta, et sesquiquinta proportioni ricercati Et quando saranno più proportioni [-15r-] moltiplicate le due come di sopra prendi il numero sottoscritto dell' altra proportione, et per esso moltiplica le somme gia ritrouate come neel nostro essemplio [90. 71. 61. 120. add. in marg.] $\frac{4}{3}$ moltiplica per tre le tritrouate uerranno 90. 72. 60. poi moltiplica la minore delle tre prime per il sopradetto di questa ultima proportione che e 4. uerrà 120 [120. 90. 72. 60. add. in marg.] et staranno cosi 120. 90. 72. 60. che sono in proportione sesquiterza, sesquiquarta, sesquiquinta. Et uolendo con queste moltiplicarne un' altra come una sesquialtera $\frac{3}{2}$, Moltiplica tutte le poste ultime per il sottoscritto che è 12. uerranno 240. 180. 144. 120. Et la minor che e 120. moltiplica per il numero suprascritto di questa ultima proportione ne uerranno 360. et haurai cinque numeri nelle proportioni desiderate. Come 360. 240. 180. 144. 120. et dalla prima all' ultima e proportion tripla Il che potrai hauere facilmente, moltiplicando li numeri soprascritti l' uno nell' altro, et ponerli sopra una riga poi moltiplicando parimente li numeri sottoscritti delle proportioni proposte, e ponendo la somma sotto alla [-15v-] riga come nel soprascritto essemplio uerrà $\frac{360}{120}$ Tripla. Ma ancora che questa regola sia admissa dalli authori li quali senza alcun discorso si seguono l' un l' altro. Dico essere euidentemente falsa, perche essendo quattro proportioni tutte maggiori che la integra, et equale, e necessario che dalla moltiplicatione di esse ne nasca proportione maggiore di quadrupla, nonche tripla. Pero tu moltiplica li numeri sopradetti delle proportioni ponendo sopra una riga et poi moltiplica li sottoscritti ponendoli sotto la riga come $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{1}$ fanno $\frac{28}{1}$. cosi $\frac{2}{1}$ uia $\frac{4}{3}$ farà $\frac{8}{3}$. cio è dupla superpartiente dui terzi. E questa dupla, è laa terza dupla che sia in ordine, perche e dupla del numero tre. Di modo che non ti dei marauigliar se una dupla con una altra dupla moltiplicata rende sol una dupla superpartiente. perche questa dupla che nasce, e di un altro grado maggiore, cioe del terzo, colle componenti sono del primo grado, et ancorache conuengano nel nome non conuengono nelle somme, et nel ordine. Questo perche quando le proportioni proposte da moltiplicare sono continue in [-16r-] ordine non tramezzato. Ma quando non fossero continue, o uero tramezzate. Allhora bisogna ponere le somme sotto secondo l' ordine proprio. come nel seguente essemplio. $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{10}{9}$ doue serà la sesquialtera, la sesquiterza, sesquisexta, sesquiottaua. Se tu operassi moltiplicando li numeri soprascritto l' uno nell' altro, et parimente li sottoscritti, ne [$\frac{3}{1}$ superpartiente $\frac{7}{25}$ add. in marg.] uerriano $\frac{4800}{1260}$ la quale saria tripla superpartiente sette uigesimi quinti. Nondimeno questo è falso. come potrai conoscere operando secondo la regola seguente. ciò e moltiplicando prima due di essi proportioni, poi moltiplicando la sequente, et cosi successiuamente Sempre cominciando à moltiplicare il numero sottoscritto alla maggiore con il numero soprascritto alla minore, quando sono tramezzati come qui $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{10}{9}$ cominciando operare dalle due ultime proportioni proposte. Dico $\frac{8}{7}$ $\frac{10}{9}$ 7. uia 10. fa 10. poi 7. uia 9. fa 63. poi per transuerso 8. uia 9. fa 72. et cosi starano le poste 72. $\frac{8}{7}$ 63. $\frac{10}{9}$ 70. queste poste moltiplica per il sottoscritto della sequente proportione uerrano $\frac{6}{5}$. 432. 360. 315. 350. sempre [-16v-] l' ultima si fa moltiplicando la maggior posta per il numero sopradetto alla proportione, come qui moltiplicato 6. uia 72. fa 432. et cosi farai seguendo con una ad una per tutte l' altre proportioni, insino al fine ne uerranno queste somme nelle proportioni et ordine ricercato. 4320 $\frac{2}{1}$. 2160. $\frac{5}{4}$ 1728. $\frac{6}{5}$. 1440. $\frac{8}{7}$ 1260. $\frac{10}{9}$ 1400. Et la somma moltiplicata, et proportion quesita sarà $\frac{4320}{1400}$. ciò è terza $\frac{3}{35}$ Tripla superpartiente trigessimiquinti. Ma se cominciassi operare dal 7. uia 9. fa 63. e poi seguissi l' operatione le proportioni non sariano al luogo ricercato, ma stariano cosi 72. 70. 63. et cosi le nasciute da esse sariano fuori

dell' ordine ricercato et l' ultime poste stariano cosi.

4320. $2/1$ 2160. $5/4$ 2728. $6/5$ 1440. $36/35$ 1400. $11/10$ 2260. Doue le due ultime poste non sono le ricercate perche sono proportioni $36/35$ et $11/10$, doue noi addimandiamo $8/7$ $10/9$, Ma operando da principio secondo l' auioso ch' io ho dato, Tutte le proportioni ricercate si troueranno, et là suo luogo, Et cosi la somma. Doue operando per il modo falso, ne nascerebbe $4320/1260$ che e Tripla [-17r-] superpartiente un settimo.

La proua della multiplicatione si è la diuisione, et ancora proua sifa, moltiplicando li numeri soprascritti alle proportioni nate, per il numero sottoscritto alle proportioni semplici, Et in croce, moltiplicando li numeri minori di esse proportioni semplici onde son nate. perche uenendo la medesima somma hauerai bene operato, altrimenti no, come $1560/240$ sono in proportione sesquialtera, prendi la sesquialtera prima che $3/2$ hor moltiplica in croce $3/2 \times 360/240$ 2. uia 360. fa 720. cosi 3. uia 240. fa 720. numero uguale. Adonque hai bene operato. La terza proua del moltiplicare si fa diuidendo la sopradetta somma della nata per la sopradetta di tal proportione semplice, compartendo il sottoscritto per il sottoscritto perche uenendo la medesima somma harai bene operato altrimenti no, Come $360/240$ $3/2$, parti 360. per tre ne uiene 120., poi parti 240. per 2 ne uiene 120. parimente Adonque uerra che 360. e in proportione sesquialtera, Come [-17v-] 3. a 2.

Della Diuisione delle proportioni, ò sia proportionalità.

Essendo sorti di proportioni differenti, ogniuna di loro ha il suo diuisore, Il quale e termine mezano fra li dui estremi, et questo diuisore, ee detto proportionalità.

Lo Arithmetico considera li numeri et nelle proportioni arithmetiche, deue lo eccesso esse il medemo. Per ritrouare il diuisore nella proportione Arithmetica o sia proportionalità, Dupla li numeri soprascritti, et sottoscritti alla proportione questi duplati somma, Dico che la meta di questa somma, e il diuisore et proportionalità quesita. Come [$3/2$ dupla uengono. $6/4$ somma 10. Metà 5. Diuisore quesito add. in marg.] $3/2$. cerco il diuisore, dupla uengono $6/4$ somma questi duplati sono 10. Hor dico che il diuisore, e cinque, metà della somma et cosi hai trouato la proportionalità Arithmetica. Saranno le poste 6. 5. 4 doue il 5. e proportionalità del 6. et 4. [6. 5. 4. Lo eccesso e uno et e Arithmetico eguale. $3/2$ $4/5$ $5/6$. add. in marg.] Et lo eccesso è il medemo Arithmetico ciò è uno, si come era tra 2. et 3. Nondimeno esse proportioni sono ineguali perche l' una e sesquiquarta e l' altra sesquiquinta, et la proposta $3/2$ [-18r-] e sesquialtera. Et queste due qualità si ricercano nella diuisione delle proportioni Arithmetice ciò è, che le proportioni nate dalla [dalle ante corr.] diuisione siano inegualij [inequalie ante corr.] et lo eccesso sia eguale, et medemo.

Geometrica proportione si diuide, Moltiplicando il sottoscritto della proportione proposta per il suo soprascritto. Et questo sara uno estremo et la Radice di questa somma sara il diuisore ò sia proportionalità Geometrica fra essi estremi [$4/1$ moltiplica ueranno $4/4$ Radice 2. add. in marg] come diuiderui geometricamente $4/1$ quadrupla., Dico che moltiplichij il sottoscritto per il soprascritto uerranno 4. 4. piglia la Radice di 4. è 2. proportionalità [1. 2. 4. dupla dupla add. in marg.] et diuisore quesito, et stara cosi 1. 2. 4. doue le proportioni sono duple, et lo eccesso inquale. ciò è 1. et 2. et questo dice qualita sono accessorie nella diuisione della proportione geometrica. che le proportioni prouenientie siano eguali, et medeme et lo eccesso sia ineguale. Et quando nello operare non si possa hauere radice precisa della multiplicatione, Allhora si pone la Radice [$3/2$ moltiplica, fa 6. add. in marg.] sorda. con il Titolo di Radice come parti geometricamente $3/2$ moltiplica uerrà 6. [-18v-] Il quale non ha radice precisa, pero metterò sorda, cosi dunque che la Radice 6. e diuisore geometrico di $3/2$ et stara cosi 2. Radice 6. 3. Ma quando la multiplicatione ha radice

precise allhora poni il numero preciso. Come trouami lo diuisore, o sia proportionalità geometrica [16/9 moltiplica uiene 64. Radice 8. 4. 8. 25. add in marg.] di 16/4 moltiplica 64. La cui Radice e 8. precisa starà dunque cosi 4. 8. 16. et 8. e il diuisore o sia proportionalità geometrica ricercata. cosi nelle altre.

Harmonica proportione, e considerata dal musico per ritrouare la sua proportionalità, ò sia diuisore, perche questa scientia, è subalternata alla Arithmetica, ci bisogna ritrouare la proportionalità, o diuisore Arithmetico secondo la regola già data.

Poi[[che]] Moltiplica li estremi per esso diuisore arithmetico ritrouato, Et poi moltiplica essi estremi l' uno co' l' altro, hauerai la proportionalità, o sia diuisore harmonico [.3/2. 6 4 10 5. diuisore add. in marg.] come trouami la proportionalità harmonica di 3/2 prima ritroua la proportionalità Arithmetica, uerrà [6. 5. 4. add. in marg] 6. 5. 4. moltiplica li estremi, che [30.24. 20. proportionalità harmonica. add. in marg.] sono 6. et 3. per il diuisore arithmetico che è 5. uerranno 30. 20. poi [-19r-] moltiplica essi estremi insieme uerra 24. et starranno le parti cosi 30. 24. 20. proportionalità harmonica. Perche sono inequali ciò e una sesquiquarta, et l' altra sesquiquinta, ma lo eccesso non è uguale come nelle proportioni Arithmetice Di piu in queste proportionalità harmoniche le proportioni maggiori hanno maggiori numeri. perche da 30. a 24. è sesquiquarta, e lo eccesso è 6., et dal 24. a 20 è sesquiquinta proportione minore della sesquiquarta, et lo eccesso è 5. Et il contrario si osserua nelle proportioni Arithmetiche, nelle quali le maggiori proportioni hanno eccesso di numero minore, et le proportioni minori hanno eccesso di maggior numero. Et la cagione di questo, nasce, perche la Arithmetica mira alla moltiplicatione, Il Musico considera la diuisione, perche considera principalmente la proportione, la quale nasce dalla diuisione della corda sonora. Si proua la diuisione moltiplicando, et anchorache alcuna uolta paia che moltiplicando nascono proportioni minori, considera che non sono del medemo genere, et ordine, come di sopra dissi.

[-19v-] Del sommare proportionj.

Secondo il Zarlino sommando le proportioni, somma li numeri soprascritti et poneli sopra la riga, poi somma li sottoscritti et poneli sotto la linea. Hauerai la somma quesita come somma [4/3 5/5. 10/8 sesquiquarta del secondo ordine. add. in marg.] 4/3 con 6/5 che sono sesquitertia, et sesquiquinta, somma uera 10/8 che è superpartiente un quarto ne per questo ti paia minore delle proposte, perche questa nasciuta, è sesquiquarta seconda doue le componenti sono del primo ordine semplice Et questo secondo quando ha maggior eccesso arithmetico, ancorache habbia eguale geometrico. Et per sapere subito di quanti gradi, è la proportione proposta: credilo eccesso delli numeri dal sopradetto al sottoscritto subito hauerai il grado come qui 10. excede 8. in dui. Adonque, e in secondo grado. Dirai adonque che la 4/3 6/5 fanno la seconda sesquiquarta, la qual proportione ritrouata puo ancora nascere, da qualonque altre proportioni che diano la medema somma sotto, et sopra la riga, come 2/1 8/7 fanno 10/8 cosi 3/2 7/6 [-20r-] fanno 10/8, et sono tutti modi, quanto è la metà del numero sottoscritto. Onde nel caso proposito sono quatro modi cioè è 2/1 8/7 3/2 7/6 4/3 6/5 5/4 5/4 Hora somma 10/9 con 7/6 faranno 17/15 la quale e superpartiente dui quintidecimi et la seconda nel ordine de superpartiente quintidecimi. Il medemo nascerà da qualunque altre due proportioni sommate che diano 17. nel sopradetto et 15. nel sottoscritto. Come 11/10 6/5 cosi 9/8 8/7 et questo si puo fare in sette modi, perche la meta integra di quindecim è sette non curando del notte.

Sommando poi proportioni opera come di sopra poi considera che proportione sia nasciuta cosi saprai si sara moltiplicata e superpartiente. tutto il sopradetto si intende delle

proportioni di maggiore inequalità quando li numeri sopradetti sono maggiori delli sottoscritti. Il medemo farai nelle proportioni di meenor inequalità aaggiongendo la proportione sub alla proportine nata dalla somma, mostrando che significa meno, et difetto, perche sommando meno con meno, fa meno, Come sommando più con più, fa piu, Et quando sono più proportioni sommande sommale due, con due.

Sommando proportioni di maggior inequalità [-20v-] con proportioni di minori inequalità, che tanto è dire, sommato più con meno. Dici che abbati il meno [[col] piu, come somma più 14. con manco 3. con, restarà più 11. 10. et sempre la denominatione resta di quella proportione che ha numero maggiore. come somma una sesquiquarta con una sesquiottaua abbati $1/8$. de $1/4$. Resta uno ottauo resta adonque una sesquiottaua. [con $7/8$ esce $7/8$ add. in marg.]

Nel sommare ti do regola generale, et infallibile breue, et chiara, essendo le proportioni di qual si uoglia sorte, maggiori, o minori, o molteplici, o superparticolari, o miste.

Dico adonque che proposte due proportioni sommande [$5/4$ $7/6$ 26 40 fa $68/32$ essa sesquiottaua add. in marg.] che moltiplichi in Croce li numeri sopradetti et eottoscritti, questa moltiplicatione somma insieme, e poni sopra una Riga poi moltiplica li numeri sottoscritti, et poni la somma sotto la righe. Considera poi quante uolte contenga, o sia contenuto Il superiore, [$\langle \dots \rangle$ $3/2$ $5/4$ nasce $7/3$ $6/4$ $43/12$ superpartiente $7/12$. add. in marg.] dal sotto scritto, Et hauerai il nome della proportione nasciuta dalla somma delle proportioni proposte. Et sel numero sottoscritto sarà maggiore aggiongerai, perche la proportione resta di minor inequalità [-22r-] [proportioni sommande $4/5$ $5/6$ $3/4$ $8/7$ add. in marg.] Et quando hauerai più proportioni sommande Somma le due prime, Et la proportione che nasce somma con la terza, Et poi la somma [$4/5$ x $7/6$ 24 35 fa $59/30$ add. in marg.] risultante con la quarta proportione. Et cosi successiuamente. Poi finita la operatione metti nell' ultima posta li numeri [$59/30$ x $3/4$ 90 236 fa $326/320$ add. in marg.] superiori, et inferiori, et secondo esse farne la denominatione della proportione nata dalla [[de]] Somma di tutti quelli proposti sommati. [$326/120$ con $8/7$ 960 2282 fa $3242./840$ proportione quinta la quale è Tripla superpartiente $722/840$ add. in marg.] Et quando il numero soprascritto, et sottoscritto fossero eguali. Allhora la proportione sa di equalità. come nelli essempij posti in margine. Di qua tu conosci uno euidentissimo errore di coloro li quali sommano moltiplicando l' uno nell' altro tutti li numeri soprascritti et sottoscritti ponendo li primi sopra la riga, et li altri sotto. Come $3/2$ $4/3$ $5/4$ $6/5$ fanno $360/220$ Tripla ma operando secondo il modo nostro ne uengono $634/120$ la quale è quintupla superpartiente $17/60$

Del sottrahere proportioni.

Il Zarlino et altri usano il il sottrare le proportioni moltiplicando in croce, et sottrahendo [-22v-] [de $\langle \dots \rangle$ x $4/3$ $\langle \dots \rangle$ Sesquiottaua. add. in marg.] il minore dal maggiore, et dal residuo denominando la proportione proeniente dalla sottratione Come in margine. Il che è falso notorio percioche leuando una Sesquiterza da una sesquialtre non ui resta alcuna proportione integra. Ma solo il residuo de rotti. Da mezzo ad un terzo il che è un sexto. Adunque la proportione che nasce e subsescupla, et starà cosi $1/6$. Opera tu moltiplicando in Croce, leuando il minore dal maggiore. La differenza poni sopra una linea, poi moltiplica li [$\langle \dots \rangle$ x $4/3$ $1/6$ $3/5$ x $5/6$ $18/25$ $7/30$ <tre>decupla partiente dui <set>imi numeri $\langle \dots \rangle$ $3/5$ <f>an $125/250$. add. in marg.] sottoscritti, ponendoli sotto la riga. Come nello essempio in margine. Et questa regola ti seruira generalmente sottrahendo da qualunque sorte di proportione come $3/5$ di $5/6$, moltiplicando in croce uengono $18/25$, la differenza è 7. Poi moltiplica li

sottoscritti l' uno nell' altro uerrà $7/30$, la quale subquadrupla superpartiente dui settimi. La proua sarà sommando la proportione prouenuta con la proportione sottratta. Come sommando $7/30$ con $3/5$ secondo la nostra regola già data ne uerranno $90/35$ Subsescupla: Di modo che operando per [-22r-] questa nostra regola uerrà sempre giustissimo. Nota che non segue sottrarre una proportione maggiore da una minore del medesimo grado, et ordine, Come $3/2$ non si puo estrarre di $4/3$ proportione minore, Et l' una e l' altra è nel primo grado semplice Ma se fossero di diuersi gradi si puo fare la detta proportione, onde si sottrahe sia minore, percioche lo eccesso del numero è maggiore. Come per essemplio. [$9/3$ de $16/8$ 72 48 fa 24 24 add. in marg.] Sottrahe $9/3$ de $16/8$ che uiene a dire una Tripla da una dupla. Dico che si puo sottrarre perche non sono nel medesimo grado. Conciosiacosa che la Tripla è nel sesto grado. Ilche ci dimostra la ddifferentia del noue al tre, Et la dupla, è in ottauo grado come dimostra la [$6/3$ de x $12/8$ 36 48 sub dupla $12/24$ add. in marg.] differentia da otto a sedeci. Però operando secondo la regola data uerrà proportione di equalità. Così operando $6/3$ de x $22/8$ uiene [$6/3$ de x $9/6$ 27 36 subdupla $9/16$ add. in marg.] subdupla $12/24$, così $6/3$ di $9/6$ perche la dupla et del terzo grado, et la sesquialtera è parimente del terzo grado, et ne nasce una subdupla così sottrahendo $7/1$ de x $16/8$ ciò è una sepcupla del primo grado di una dupla dell' ottauo ne [26 56 uiene $40/8$ add. in marg.] uiene $48/8$ ciò è quintupla del trigesimo secondo grado. La prima sommando $40/8$ con $7/1$ ne uiene $96/8$, leuane 56. resta $40/8$ 8. et leuandone 40. resta $16/8$.

[-22v-] Della estrattione della radice delle proportioni.

Se li numeri di esse proportioni composite saranno composti. Cerca il numero maggiore che possa numerare ambe esse proportioni Et per questo numero diuide esse proportioni hauerai li numeri primi radicali ciò è la radice ricercata. Hora per ritrouare questo numero maggiore che diuida: usa di osseruare questa regola. Parti prima il maggior numero della proportione proposta per il suo numero minore. poi diuide il minor numero della proportione per il residuo della prima diuisione; dopoi questo residuo per il secondo residuo, et così di mano in mano insino che troui un numero che diuida nettamente senza residui. Questo sarà il maggior numero ricercato, con il quale partirai li numeri soprascritti, et sottoscritti della proportione proposta, et hauerai la Radice ricercata. [$45/40$ uien 1 et auanza 5. Hor parti 40. per 5. uiene 8. numero preciso senza rotti, però 5. e il numero quesito. Parti 45., et 40. per 5. uiene $9/8$. Radice quesita. add. in marg.] Come uorrei la Radice di $45/40$, parti 45. per 40. auanza cinque. Hor parti 40. per 5. uiene 8. nettamente senza residuo. Questo 5. e il numero maggiore ricercato Ilquale numera 45. et 40. Hora parti l' uno et l' altro per 5. uerrà $9/8$ Sesquiottaua [-23r-] Radice quesita.

Questo procede quando ricerchiamo la radice di una sola proportione. Ma quando fossero più proportioni delle quali si ricerchi la radice Usa il medemo modo prima partendo li dui primi maggiori numeri per il minimo come 360. 240. 180. 144. Trouami il maggior [360. 240. 120. 60. 120. 60. 144. 60. 12 add. in marg.] numero che possa numerare le due maggiori poste 360. 240. Trouerai essere 120. poi troua un commune diuisore di questo numero 120. et della posta seguente 180. trouerai esser 60. questo misura le poste 360. 240. 180. 120. poni troua il numero maggiore di 144. la quale è la quarta parte che sia come diuisore con il 60. Trouerai esser 12. Ilquale e come diuisore di tutte le proposte proportioni. Hauerai la radice ricercata. et ne scemmino 360. 240. 180. 144. 120. parti per 12 come partitione maggiore 30 $3/2$. 20 $4/3$. 15. $4/5$ 12 $6/5$. 10.

Fine del primo libro.